**Definitionen: Grenzwert**

Zuerst eine anschaulichere Definition und danach eine formal mathematische:

**Definition – Grenzwert (1):** Eine Zahl g heißt **Grenzwert** oder **Limes** (lat. Grenze) einer Folge$ \left(a\_{n}\right)\_{n\geq 1}$, wenn sich ihre Glieder unbegrenzt dieser Zahl nähern. Das bedeutet, dass fast alle (=alle bis auf endlich viele) Folgeglieder der Zahl g so nahe kommen, wie man es nur wünscht.
Man sagt, dass die Folge $\left(a\_{n}\right)\_{n\geq 1}$ gegen g konvergiert (lat. zusammenstreben) und schreibt:
$$a\_{n}⟶g für n⟶\infty oder \lim\_{n\to \infty }a\_{n}=g$$

**Definition – Grenzwert (2):**

1. -Umgebung von a:
$$U\left(a;ϵ\right)=\left\{a-ϵ<x<a+ϵ\right\}=\left\{\left|x-a\right|<ϵ\right\}=\left[x-a;x+a\right]$$
2. Wenn in einer $U\left(a;ϵ\right)$ alle $a\_{n}$ einer Folge mit Ausnahme von höchstens endlich vielen liegen, so sagt man kurz in $U\left(a;ϵ\right)$liegen fast alle Glieder dieser Folge.
Beispiel: Kühlschrankbeispiel aus 2.1
In der $U\left(6;1\right)$ liegen alle Glieder der Folge $\left(T\_{n}\right)\_{n\geq 0}$ bis auf fünf (streng genommen muss man diese Behauptung noch beweisen!)
3. *Variante1:* Eine Folge $\left(a\_{n}\right)\_{n\geq 1}$ hat den Grenzwert$ a\in R$, wenn in jeder -Umgebung $U\left(a;ϵ\right)$von a fast alle Glieder der Folge liegen. Es gilt $\left|a\_{n}-a\right|<ϵ$ für fast alle natürlichen Zahlen n.
*Variante2 (stärker formalisiert):* Eine Folge $\left(a\_{n}\right)\_{n\geq 1}$ hat den Grenzwert $a\in R$, wenn gilt:
$$∀ϵ>0 ∃N\_{0}\in N: \left|a\_{n}-a\right|<ϵ ∀n>N\_{0}$$

**Weitere Begriffsbildungen:**Eine Folge, die einen Grenzwert besitzt heißt **konvergent**, sonst heißt sie **divergent** (lat. auseinanderstreben).
Besitzt eine konvergente Folge den Grenzwert 0, so heißt sie **Nullfolge**.
Übersteigen (unterschreiten) fast alle Folgeglieder jede noch so große (negative) Zahl, schreibt man: $\lim\_{n\to \infty }a\_{n}=\infty $ ($\lim\_{n\to \infty }a\_{n}=-\infty $).