Workshop Analysis WS 2004/05 - Lösungen

Folgen und Reihen - Konvergenz von Folgen

Petra Grell

1. (a) streng monoton fallend, siehe Abbildung 1

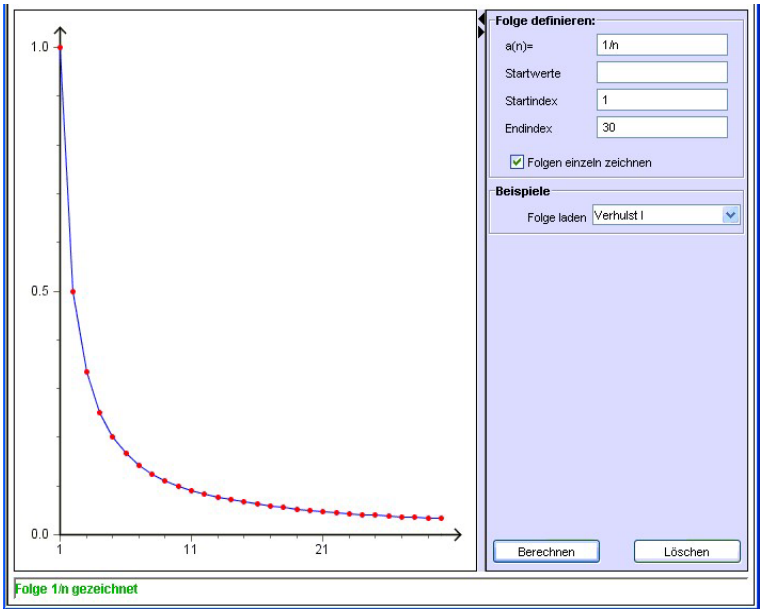

Abbildung 1: Folge $x_n = \frac{1}{n}$

(b) streng monoton steigend, siehe Abbildung 2

(c) weder noch, da alternierend, siehe Abbildung 3 und 4

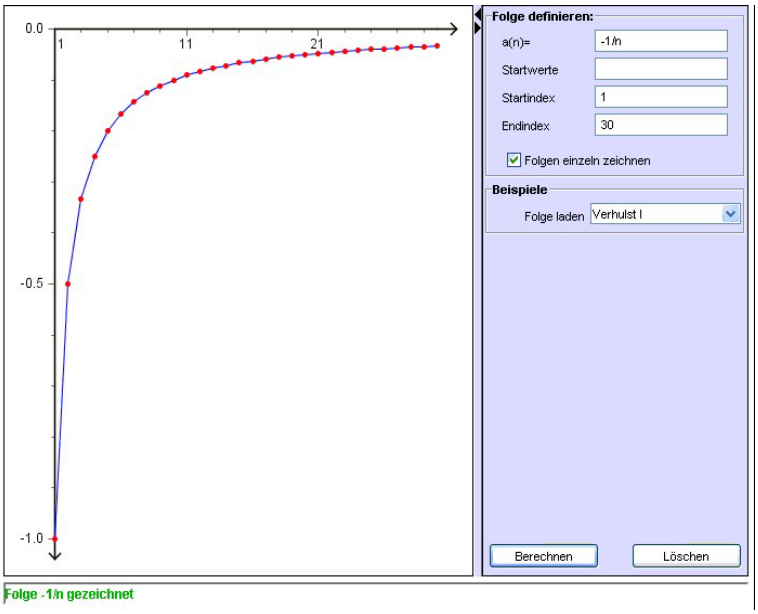

Abbildung 2: Folge $x_n = -\frac{1}{n}$

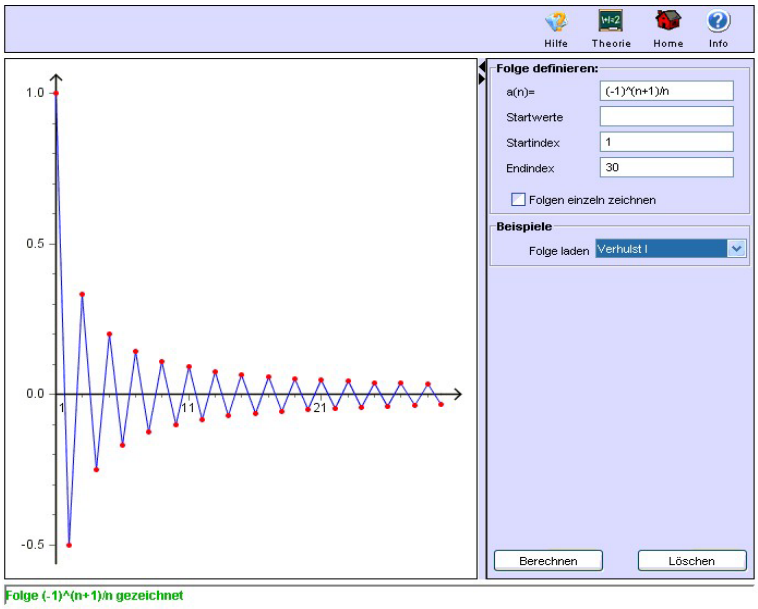

Abbildung 3: Folge $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

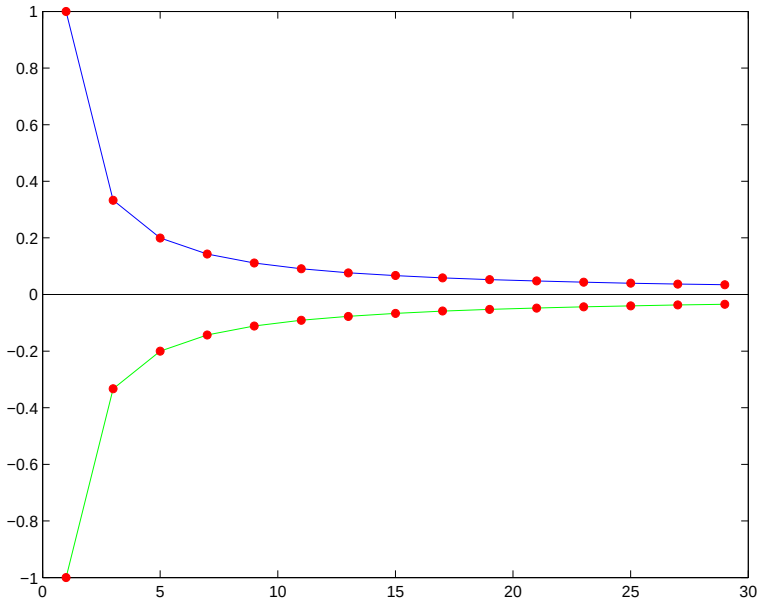

Abbildung 4: Folge $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Gemeinsamkeiten:

1) $x_n = \frac{1}{n}$ und $x_n = -\frac{1}{n}$ sind symmetrisch zur x-Achse.
2) Verbindet man die Punkte, so erhält man im Fall $x_n = \frac{1}{n}$ die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ (für $x > 0$) und bei $x_n = -\frac{1}{n}$ die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ (für $x > 0$).

   Diese beiden Funktionen zusammen ergeben diejenige Darstellung, die man erhält, wenn man bei $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ die Punkte verbindet.
3) Alle 3 Folgen nähern sich mit steigendem n (das heißt $n \to \infty$, sprich: n geht gegen Unendlich) immer näher der x-Achse, also dem Wert 0 an. Die erste Folge nähert sich 0 von oben, die zweite von unten, die dritte von beiden Seiten.

2. Falsch, da nur die Teilfolge $\langle \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \ldots \rangle$ gegen 0 strebt. Die andere Teilfolge, die aus den Gliedern x_{2n-1} der Folge besteht, strebt nicht gegen 0, da sie die konstante Folge $\langle 1; 1; 1; \ldots \rangle$ ist. Somit strebt die ganze Folge erst recht nicht gegen 0.

3. Lösung siehe die Dateien Teil 1 und Teil 2

4. Lösung siehe die Dateien Teil 1 und Teil 2