Workshop Analysis WS 2004/05 - Lösungen

Folgen und Reihen - Arithmetische Folge

Petra Grell

1. (a) $a_7 = a_3 + 4 \cdot d$, das heißt $3 = 7 + 4 \cdot d \Rightarrow d = -1$. Nun gilt $a_3 = a_1 + 2d$, das heißt $7 = a_1 - 2 \Rightarrow a_1 = 9$. Insgesamt haben wir also $a_n = 9 - 1(n-1) = 10 - n$.
   (b) $a_n = \frac{2n+1}{6}$
   (c) $a_n = -0.5n + 1$

2. (a) 16, -168
   (b) 2, -274

3. 16.2 mm bzw. 41.4 mm

4. Sei b die längere Kathete, a die zweite Kathete und c die Hypotenuse. Nach dem Satz von Pythagoras gilt $a^2 + b^2 = c^2$. Nun ist aber $b = 28$ und die Seiten bilden eine arithmetische Folge, das heißt, dass $b = a+d$ und $c = a+2d$ (die Hypotenuse ist immer die längste Seite im Dreieck, warum?). Somit haben wir $28 = a + d$, also $a = 28 - d$. Dies und die Formel für c setzen wir in den Satz von Pythagoras ein und erhalten nach Umformen $d = 7$. Die Seitenlängen sind also $a = 21$cm, $b = 28$cm, $c = 35$cm. Der Umfang beträgt also 84cm.

5. arithmetisches Mittel: $a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$

   $a_{n-1} = a_n - d$ und $a_{n+1} = a_n + d$

   Dies setzten wir in die Formel für das arithmetische Mittel ein:

   $a_n = \frac{a_n - d + a_n + d}{2} = \frac{2a_n}{2} = a_n$

   Dies ist eine wahre Aussage. Somit haben wir unsere Behauptung bewiesen.