Workshop Analysis WS 2004/05 - Lösungen

Integralrechnung - Allgemeines

Petra Grell

1. (a) $(\ln|x^2-2|+c)' = \frac{1}{x^2-2}\cdot 2x = \frac{2x}{x^2-2}$
   (b) $(\tan x + c)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x\cdot\cos x+\sin x\sin x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$
   (c) $(\ln|1+\sin x|+c)' = \frac{1}{1+\sin x}\cdot\cos x = \frac{\cos x}{1+\sin x}$

2. (a) $\int (x\cdot x)\ dx = \frac{x^2}{2}\cdot\frac{x^2}{2} = \frac{x^4}{4}+c$
   $\int x^2\ dx = \frac{x^3}{3}+c$
   (b) $\int (x-1)\cdot(x+1)\ dx = (x^2-x)\cdot(x^2+x) = x^4-x^2$
   $\int (x^2-1)\ dx = \frac{x^3}{3}-x$

3. (a) $\int \frac{x^2}{x}\ dx = \frac{\frac{x^3}{3}}{\frac{x^2}{2}} = \frac{2x}{3}$
   $\int x\ dx = \frac{x^2}{2}$
   (b) $\int \frac{x}{x^2}\ dx = \frac{\frac{x^2}{2}}{\frac{x^3}{3}} = \frac{3}{2x}$
   $\int \frac{1}{x}\ dx = \ln|x|$

4. (a) Es wird nicht nur x quadriert, sondern $2x$. Muss zuerst ausquadrieren. Richtig: $\int (2x)^2\ dx = \int 4x^2\ dx = 4\frac{x^3}{3}+c$
   (b) Es wird nicht nur x quadriert, sondern $\frac{1}{x}$. Muss zuerst ausquadrieren. Richtig: $\int \left(\frac{1}{x}\right)^2\ dx = \int \frac{1}{x^2}\ dx = \int x^{-2}\ dx = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}+c$

5. - 14. Kontrolliere mit Mathematica selbst!