Workshop Analysis WS 2004/05 - Lösungen

Folgen und Reihen - Monotonie von Folgen

Petra Grell

1. (a) streng monoton fallend
   (b) streng monoton fallend
   (c) streng monoton wachsend
   (d) weder noch, da alternierend
   (e) weder noch, da konstant
   (f) streng monoton wachsend
   (g) weder noch, da alternierend

2. (a) Behauptung: streng monoton wachsend.
   Beweis: zu zeigen ist, dass $a_n < a_{n+1}$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$.
   Wissen: $a_n = \frac{3n-1}{2n}, a_{n+1} = \frac{3(n+1)-1}{2(n+1)}$

$$\begin{aligned} a_n < a_{n+1} &\Leftrightarrow \frac{3n-1}{2n} = \frac{3n+2}{2n+2} \\ &\Leftrightarrow (3n-1)(2n+2) < (3n+2)(2n) \\ &\Leftrightarrow 6n^2 + 4n - 2 < 6n^2 + 4n \\ &\Leftrightarrow -2 < 0 \quad \text{, wahre Aussage} \end{aligned}$$

   (b) streng monoton fallend; Ungleichung $\frac{5n+1}{3n-2} > \frac{5n+6}{3n+1}$ ist zu lösen
   (c) streng monoton fallend; Ungleichung $\frac{1+2n}{2^n} > \frac{3+2n}{2^{n+1}}$ ist zu lösen
   (d) monton fallend; Ungleichung $\frac{3^n}{1-2n} \geq \frac{3^{n+1}}{-2n-1}$ ist zu lösen

3. (a) $\langle \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \ldots \rangle$; nicht monoton wegen $a_1 < a_2$ UND $a_2 > a_3$
   (b) $\langle 1, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \ldots \rangle$; nicht monoton wegen $a_1 < a_2$ UND $a_2 > a_3$