Workshop Analysis WS 2004/05 - Lösungen

Folgen und Reihen - Einführung

Petra Grell

1. (a) $a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{2}{3}, a_3 = -\frac{3}{4}, a_4 = \frac{4}{5}, a_5 = -\frac{5}{6}$
   (b) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = \frac{3}{2}, a_4 = \frac{7}{4}, a_5 = \frac{13}{8}$
   (c) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 2$

2. (a) $a_n = -17 - 6(n-1)$
   $a_{n+1} = a_n - 6, a_1 = -17$
   „Minus 6, beginnend bei -17“
   (b) „Mal sechs, durch zwei“,
   Fallunterscheidung: n ungerade: $a_{n+1} = 6a_n$, n gerade: $a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$
   Fallunterscheidung: n ungerade: $a_n = 3^{\frac{n+1}{2}}$, n gerade: $a_n = 6 \cdot 3^{\frac{n}{2}}$
   (c) $a_n = \frac{2n}{2n-1}$
   $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{\frac{2n+4}{2n+2}}{\frac{2n+3}{2n+1}} = a_n \cdot \frac{(n+2)\cdot(2n+1)}{(n+1)\cdot(2n+2)}$ mit $a_1 = \frac{4}{3}$
   Begründung: $a_n = \frac{2n+2}{2n+1}$ und $a_{n+1} = \frac{2n+4}{2n+3}$; um nun eine rekursive Formel zu erlangen, muss man a_n dementsprechend erweitern.
   „Im Nenner stehen die ungeraden Zahlen, beginnend bei 3, im Zähler die geraden Zahlen, beginnend bei 4.“
   (d) $a_{n+1} = \frac{a_n}{2}, a_1 = 5$
   $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
   „Durch 2, beginnend bei 5.“
   (e) $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1}$
   $a_{n+1} = a_n \cdot (-1), a_1 = -2$
   “Mal -1, beginnend bei 2“

3. (a) $x_n = 7 + 2(n-1)$
   (b) $x_n = 5^{n-1}$
   (c) $x_n = n^2$

4. (a) $x_{n+1} = x_n - 0.2, x_1 = -0.2$
   (b) $x_{n+1} = x_n + 2(n+1), x_1 = 0$
   (c) $x_{n+1} = x_n + (2n-1), x_1 = 3$
   (d) $x_{n+1} = x_n + 3 \cdot 2^{n-1}$ oder $x_{n+1} = 2x_n$ mit $x_1 = 3$