BINOMILAKOEFFIZIENT

In diesem Kapitel werde ich euch den Binomialkoeffizienten erklären.

Dazu brauchen wir folgende **Definition:**

- Wenn wir alle natürlichen Zahlen von 1 bis n miteinander multiplizieren wollen können wir das folgendermaßen schreiben:
  $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots\ldots \cdot n = n!$ **n! nennt man auch n Fakultät**

Aber wofür brauchen wird diese Definition jetzt?

Betrachten wir folgendes **<u>Problem:</u>**

- **Wie viele Möglichkeiten gibt es aus 9 verschiedenen Sesseln 3 Sessel auszuwählen?**

Lösung:

Für die erste Wahl stehen mir 9 Sessel zur Verfügung. Für die zweite Wahl 8 Sessel und für die dritte Wahl 7 Sessel zur Verfügung. Das ergibt 9•8•7 Möglichkeiten

Dies kann ich auch schreiben als $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{9!}{6!}$

Da uns aber die Reihenfolge egal ist,

z.B. {Sessel 1, Sessel 2, Sessel 3, }= {Sessel 1, Sessel 3, Sessel 2}={Sessel 2, Sessel 3, Sessel 1, }= {Sessel 2, Sessel 3, Sessel 1}= {Sessel 3, Sessel 2, Sessel 1, }= {Sessel 3, Sessel 2, Sessel 1} …6 Möglichkeiten für die Gleiche Menge

muss ich die Anzahl an Möglichkeiten noch durch 3! = 3·2·1 =6 dividieren.

Dies ergibt insgesamt $\frac{9!}{6! \cdot 3!}$ Möglichkeiten aus. 9 Sesseln 3 auszuwählen

- **Allgemein kann man sagen es gibt $\frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})! \cdot \boldsymbol{k}!}$ Möglichkeiten k Elemente aus n auszuwählen**
- **Den Ausdruck $\frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})! \cdot \boldsymbol{k}!}$ schreibt man auch als $\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}}$ und spricht man „n über k“**

Aufgrund dieser Formel lässt sich auch folgende Symmetrie erkennen

- $\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})! \cdot \boldsymbol{k}!} = \frac{\boldsymbol{n}!}{((\boldsymbol{n}-(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k}))! \cdot (\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!} = \binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k}}$ (Weil (n-(n-k))=k)

$\binom{64}{24} = \binom{64}{40}$ ist hierfür ein gutes Beispiel