Lösungen zu den Übungsbeispielen zum Satz des Pythagoras

---

1) In diesem Beispiel musste der Satz des Pythagoras angewendet oder umgeformt werden, wie im Einführungsbeispiel gezeigt:

   Geg.: **a, b** Ges.: **c** also: $c^2 = a^2 + b^2$ bzw. $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

   Geg.: **a, c** Ges.: **b** also: $b^2 = c^2 - a^2$ bzw. $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

   Geg.: **b, c** Ges.: **a** also: $a^2 = c^2 - b^2$ bzw. $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

   a) b = 12 cm b) c = 15 cm c) a = 8 mm
   d) b ≃ 27.63 mm e) a ≃ 13.00 cm f) c ≃ 60.44 mm

2) Hier musste wie beim 1. Beispiel der Lehrsatz des Pythagoras angewendet oder umgeformt werden. Welche Buchstaben dazu verwendet werden ist egal!

   a) $u^2 = s^2 - t^2$ -> u = 24 cm b) $r^2 = p^2 - s^2$ -> r = 48 cm
   c) $e^2 = d^2 + d^2 = 2 \cdot d^2$ -> e ≃ 4.24 cm
   d) $v^2 = u^2 + u^2 = 2 \cdot u^2$ -> v ≃ 16.97 cm
   e) $n^2 = m^2 - k^2$ -> n = 60 cm

3) Zuerst ist c mittels pythagoräischem Lehrsatz zu berechnen. Anschließend Umfang und Flächeninhalt.

   $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ -> u = a + b + c -> $A = \frac{a \cdot b}{2}$

   a) c = 40 cm, u = 96 cm, A = 384 cm²
   b) c = 8.5 cm, u = 20.3 cm, A = 17.34 cm²
   c) c = 13 cm, u = 30 cm, A = 30 cm²

4) Die Diagonale in einem Quadrat wird so berechnet:

   $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ -> $d = \sqrt{2 \cdot a^2} = a \cdot \sqrt{2}$

   a) d ≃ 16.97 cm b) d ≃ 25.46 cm c) d ≃ 63.64 cm

5) Die Höhe in einem gleichschenkligen Dreieck wird so berechnet:

$h_c{}^2 = a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{c^2}{4}$ -> $h_c = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$

a) $h_c \simeq 14.46$ cm b) $h_c \simeq 3.32$ cm

6) Bei a) und b) muss zuerst die Seitenlänge a berechnet werden und bei c) und d) entweder die Diagonale e oder f. Dann der Umfang und der Flächeninhalt:

$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = \frac{e^2}{4} + \frac{f^2}{4} = \frac{e^2 + f^2}{4}$ -> $a = \sqrt{\frac{e^2 + f^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{e^2 + f^2}$

-> $u = 4 \cdot a$ -> $A = \frac{e \cdot f}{2}$

a) a ≃ 12.21 cm, u ≃ 48.83 cm, A = 140 cm²

b) a ≃ 9.43 cm, u ≃ 37.74 cm, A = 80 cm²

$a^2 = \frac{e^2 + f^2}{4}$ -> $4 \cdot a^2 = e^2 + f^2$

-> $e^2 = 4 \cdot a^2 - f^2$ -> $e = \sqrt{4 \cdot a^2 - f^2}$

oder: $f^2 = 4 \cdot a^2 - e^2$ -> $f = \sqrt{4 \cdot a^2 - e^2}$

c) f ≃ 7.75 cm, u = 32 cm, A ≃ 54.22 cm²

d) e ≃ 4.36 cm, u = 20 cm, A ≃ 19.62 cm²

7) Zuerst muss die Höhe und dann der Flächeninhalt berechnet werden:

$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4 \cdot a^2 - a^2}{4} = \frac{3 \cdot a^2}{4}$ -> $h = \sqrt{\frac{3 \cdot a^2}{4}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$

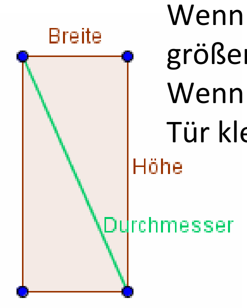
=> $A = \frac{h \cdot a}{2} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

a) h ≃ 8.66 cm, A ≃ 43.30 cm²

b) h ≃ 32.91 cm, A ≃ 625.27 cm²

c) h ≃ 11.26 cm, A ≃ 73.18 cm²

8) Die Tür ist 200 cm hoch und 90 cm breit. Der Durchmesser der runden Tischplatte beträgt 2.10 m = 210 cm oder 2.20 m = 220 cm. Die Breite und die Höhe der Tür schließen einen rechten Winkel ein, also können wir den pythagoräischen Lehrsatz anwenden.
Die Abbildung soll zeigen, dass der Durchmesser kleiner sein muss als die Diagonale des Rechtecks mit der Höhe 200 cm und der Breite 90 cm.
Also berechne die Diagonale des Rechtecks:
$d^2 = 200^2 + 90^2 = 48100$ also: $d = \sqrt{48100} \approx 219.32$
Wenn der Tisch einen Durchmesser von 210 cm hat, dann ist die Diagonale in der Tür größer, also passt der Tisch hindurch.
Wenn der Tisch aber einen Durchmesser von 220 cm hat, dann ist die Diagonale der Tür kleiner als der Durchmesser und der Tisch passt nicht durch.



9) Die Leiter ist 15 m lang und eine zurettende Person befindet sich in 12 m Höhe z.B. bei einem Fenster. Die Wand und der Boden b schließen einen rechten Winkel ein, also können wir den Satz des Pythagoras anwenden:
$b^2 = 15^2 - 12^2 = 81$ also: $b = \sqrt{81} = 9$
Die Leiter muss also **9 m** von der Wand entfernt an die Mauer gelegt werden.