**3. Preistheorie**

**3.4 Erlös- und Gewinnfunktion**

Eine **Erlösfunktion** ist durch die Preis-Absatz-Funktion p(x) gegeben. Dies schließt auch ein, dass p konstant ist.

E(x) = x\*p(x)

**Gewinnfunktion**: „Gewinn = Erlös minus Gesamtkosten“

G(x) = E(x) – K(x)

**Deckungsbreitrag:** „Deckung = Erlös minus variable Kosten“

D(x) = E(x) – K\_v(x)

Für ein *lokales Gewinnmaximum* ist notwendig, dass G‘(x) = E‘(x) – K‘(x) = 0

🡪 E‘(x) = K‘(x), als Grenzerlös = Grenzkosten

Die **Gewinnzone** erhalten wir, wenn wir G(x) = 0 setzen.

Sehen wir uns dies an einem konkreten Beispiel an.

Gegeben ist die Gesamtkostenfunktion K(x) = 20\*x + 1000 und die zugehörige Nachfragefunktion p(x) = 120 – 2\*x.

Die Erlösfunktion erhalten wir durch die Multiplikation von x mit p(x):

E(x) = 120\*x – 2\*x²

G(x) = E(x) – K(x) = 120\*x – 2\*x² – (20\*x + 1000) = -2\*x² + 100\*x – 1000

Wenn wir diesen Ausdruck 0 setzen, erhalten wir:

-2\*x² + 100\*x – 1000 = 0 🡪 (die Nullstellen soll jeder für sich selbst nachrechnen)

🡪 x\_1 = 13,82 ME und x\_2 = 36,18 ME

Gewinnzone: 13,82 ME < x < 36,18 ME

Untere Nullstelle… Gewinnschwelle, **Break-Even-Point:** ab diesem Punkt (E(x)=K(x)) ist man mit seinem Unternehmen in der Gewinnzone

Obere Nullstelle… Gewinngrenze

Für das **Gewinnmaximum** berechnen wir zuerst die erste Ableitung von der Gewinnfunktion und setzen diese gleich 0, d.h. G‘(x) = 0

G‘(x) = -4\*x + 100 = 0 🡪 x = x\_g = 25 ME

Um zu überprüfen, ob es sich hier um ein lokales Gewinnmaximum handelt, müssen wir noch schauen, ob die zweite Ableitung von der Gewinnfunktion < 0 ist.

G‘‘(x) = -4 < 0

Daher ist x\_g = 25 ME die Produktionsmenge für ein lokales Gewinnmaximum.

Setzen wir nun x\_g in die ursprüngliche Gewinnfunktion ein, so erfahren wir, wie hoch der maximale Gewinn, also G\_max ist: G(x\_g) = G(25) = 250 GE = G\_max

Natürlich können wir auch den **maximalen Erlös** berechnen. Es erfordert die gleiche Vorgehensweise, wie beim Berechnen des maximalen Gewinns.

Nehmen wir die Erlösfunktion E(x) = 120\*x – 2\*x².

Wir berechnen die erste Ableitung der Erlösfunktion und setzen diese gleich 0.

E‘(x) = 120 – 4\*x = 0 🡪 x = 30 ME, lokales Maximum?

E‘‘(x) = -4 < 0 🡪 x = 30 ME ist also die Produktionsmenge für ein lokales Erlösmaximum.

Wir setzen nun unser x = 30 ME in die ursprüngliche Erlösfunktion ein und erhalten dadurch den maximalen Erlöse E\_max: E(30) = 1800 GE = E\_max

p(30) = 120 – 2\*30 = 60 GE/ME 🡪 der Erlös ist für einen Preis von 60 GE/ME am größten.

Mit diesen Informationen kannst du nun folgende Übungen auf der nächsten Seite lösen.

**Übung 1**

Wie groß ist der maximale Erlös bei der Preis-Absatz-Funktion p(x) = -0,5\*x + 50?

**Übung 2**

Ein Betrieb produziert nach einer quadratischen Gesamtkostenfunktion:



Dabei werden bei der Produktionsmenge 50 ME die Stückkosten 130 GE/ME erhoben. Der kleinste Wert 120 GE/ME der Stückkosten liegt bei 100 ME vor. Der Verkaufspreis beträgt 140 GE/ME.

a) Ermittle die Gesamtkostenfunktion.

b) Wie groß ist der Gewinn im Betriebsoptimum?

c) Wie lautet die Gewinnzone?

d) Bestimme die gewinnmaximale Produktionsmenge und das Gewinnmaximum.

Skizziere dir als Hilfe die relevanten Funktion nachdem du Punkt a) erledigt hast.

**Übung 3**

Gegeben ist die Gesamtkostenfunktion K(x) = 40\*x + 1000 und die zugehörige Nachfragefunktion p(x) = -0,1\*x² – 2\*x + 240.

a) Für welchen Preis ist der Erlös am größten? Wie groß ist dabei die Produktion und der Gewinn?

b) Ermittle die Gewinnzone.

c) Für welchen Preis ist der Gewinn maximal? Wie groß ist dabei die Produktion und der Erlös?