



Kurvenschar



Dokumentnummer: DX1685
 Fachgebiet: Analysis
 Einsatz: ab 4HAK (drittes Lernjahr)



Figure 1:

Programmbeilage	
Diese Programme müssen installiert sein:	
CAS Maxima von http://maxima.sourceforge.net (in der Windows-Installationsdatei ist wxMaxima integriert)	Und GUI wxMaxima http://wxmaxima.sourceforge.net



Figure 2:

K 13 Funktionenschar

Notiztitel 17.09.2007

$$y = \frac{1}{12a} x^3 - x^2 + 3ax \quad a > 0$$

Man bestimme

- die grafische Darstellung für $a=1$ und $a=\frac{1}{3}$
- die Nullstellen
- die Achsenschnittpunkte für $a=2$
- die Extremwerte für $a=3$ (man unterscheide auch zwischen Maximum und Minimum)



Figure 3:

- Jeder Graph dieser Funktionenschar schließt mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein. Man bestimme diese in Abhängigkeit von a .
- Die Tangente im Wendepunkt schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Für welchen Wert von a ist diese Fläche 384 FE

Quelle: Land Brandenburg

Figure 4:

$$y = \frac{1}{12a} x^3 - x^2 + 3ax \quad a > 0$$

```
(%i91) assume(a>0);
```

```
(%o91) [redundant]
```

```
(%i92) Funktion:y=1/(12*a)*x**3-x**2+3*a*x;
```

```
(%o92)  $y = \frac{x^3}{12a} - x^2 + 3ax$ 
```

Figure 5:

a) die grafische Darstellung
für $a=1$ und $a=\frac{1}{3}$

```
(%i93) f:Funktion,a=1;  
g:Funktion,a=1/3;
```

```
(%o93)  $y = \frac{x^3}{12} - x^2 + 3x$ 
```

```
(%o94)  $y = \frac{x^3}{4} - x^2 + x$ 
```

```
(%i95) f:rhs(f);  
g:rhs(g);
```

```
(%o95)  $\frac{x^3}{12} - x^2 + 3x$ 
```

```
(%o96)  $\frac{x^3}{4} - x^2 + x$ 
```

```
(%i97) wxplot2d([f,g], [x, -5, 5])$
```

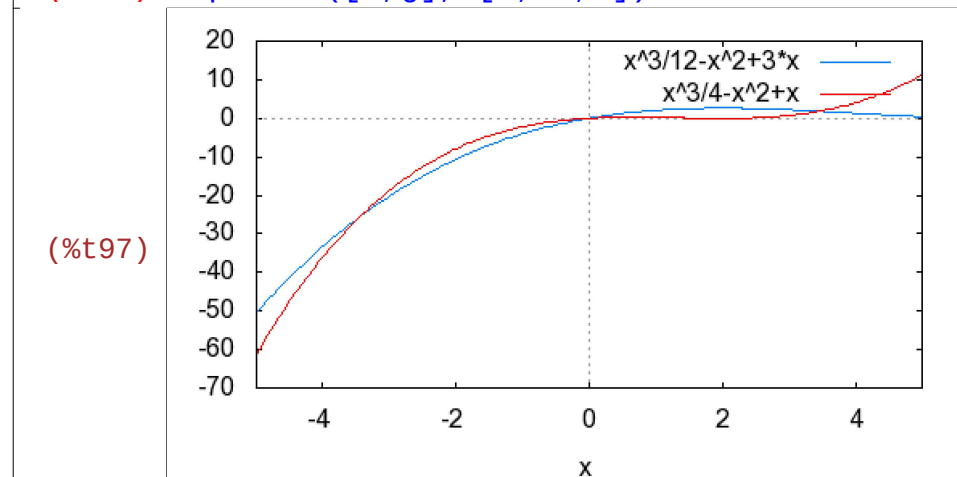


Figure 6:

b) die Nullstellen

```
(%i98) F:rhs(Funktion);
```

```
(%o98)  $\frac{x^3}{12a} - x^2 + 3ax$ 
```

```
(%i99) l:solve(F=0,x);
(%o99) [x=6 a, x=0]
```

```
(%i100) u:x, l[2];
          o:x, l[1];
(%o100) 0
(%o101) 6 a
```

Figure 7:

c) die Schnittpunkte für $a=2$

```
(%i102) h:Funktion,a=2;
```

```
(%o102)  $y = \frac{x^3}{24} - x^2 + 6x$ 
```

```
(%i103) h:rhs(h);
```

```
(%o103)  $\frac{x^3}{24} - x^2 + 6x$ 
```

```
(%i104) l:solve(h=0,x);
```

```
(%o104) [x=12, x=0]
```

Figure 8:

d) die Extremwerte für $a=3$ (man unterscheidet auch zwischen Maximum und Minimum)

```
(%i105) i:Funktion,a=3;
```

```
(%o105)  $y = \frac{x^3}{36} - x^2 + 9x$ 
```

```
(%i106) i:rhs(i);
```

```
(%o106)  $\frac{x^3}{36} - x^2 + 9x$ 
```

```
(%i107) ab1:diff(i,x);
```

```
(%o107)  $\frac{x^2}{12} - 2x + 9$ 
```

```
(%i108) l:realroots(ab1);
```

```
(%o108) [x=6, x=18]
```

```
(%i109) x1:x, l[1];
```

```
          x2:x, l[2];
```

```
(%o109) 6
```

```
(%o110) 18
```

```
(%i111) y1:i,x=x1;
```

```
          y2:i,x=x2;
```

```
(%o111) 24
```

```
(%o112) 0
```

```
(%i113) ab2:diff(i,x,2);
```

```
(%o113)  $\frac{x}{6} - 2$ 
```

```
(%i114) ab2,x=x1;
```

```
(%o114) -1
```

```
(%i115) ab2,x=x2;
```

```
(%o115) 1
```

```
(%i116) Max:[x1,y1]
/* das Maximum */;
Min:[x2,y2]
/* das Minimum */;
```

```
(%o116) [6,24]
```

```
(%o117) [18,0]
```

Figure 9:

e) Jeder Graph dieser Funktionschar schließt mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein. Man bestimme diese in Abhängigkeit von a.

```
(%i118) integrate(F,x,u,o);
```

```
(%o118)  $9a^3$ 
```

Figure 10:

f) Die Tangente im Wendepunkt schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Für welchen Wert von a ist diese Fläche 384 FE

```
(%i119) F;
```

```
(%o119)  $\frac{x^3}{12a} - x^2 + 3ax$ 
```

```
(%i120) ab2:diff(F,x,2);
```

```
(%o120)  $\frac{x}{2a} - 2$ 
```

```
(%i121) l:solve(ab2=0,x);
```

```
(%o121) [x=4a]
```

```
(%i122) xW:x,l;
```

```
(%o122) 4a
```

```
(%i123) yW:F,l;
```

```
(%o123)  $\frac{4a^2}{3}$ 
```

```

[ (%i124) WP:[xW,yW];
  (%o124) [4 a,  $\frac{4 a^2}{3}$ ]

[ (%i125) ab1:diff(F,x);
  (%o125)  $\frac{x^2}{4 a} - 2 x + 3 a$ 

[ (%i126) kW:ab1,x=xW;
  (%o126) - a

[ (%i129) Tangente:y=k*x+d;
  (%o129)  $y = k x + d$ 

[ (%i130) g:Tangente,x=xW,y=yW,k=kW;
  (%o130)  $\frac{4 a^2}{3} = d - 4 a^2$ 

[ (%i131) l:solve(g,d);
  (%o131) [ $d = \frac{16 a^2}{3}$ ]

[ (%i132) dW:d, l;
  (%o132)  $\frac{16 a^2}{3}$ 

[ (%i134) Tangentew:Tangente,k=kW,d=dW;
  (%o134)  $y = \frac{16 a^2}{3} - a x$ 

[ (%i138) gA:Tangentew,y=0;
  gB:Tangentew,x=0;
  (%o138)  $0 = \frac{16 a^2}{3} - a x$ 
  (%o139)  $y = \frac{16 a^2}{3}$ 

[ (%i136) l:solve(gA,x);
  (%o136) [ $x = \frac{16 a}{3}$ ]

[ (%i140) A:x, l;
  B:y, gB;
  (%o140)  $\frac{16 a}{3}$ 
  (%o141)  $\frac{16 a^2}{3}$ 

[ (%i142) Flaeche:A*B/2;
  (%o142)  $\frac{128 a^3}{9}$ 

```