

# Trapezsumme

Dokumentnummer: DX1785

Fachgebiet: Funktionen, Gleichungssysteme,  
Flächenberechnung mit Näherungsverfahren,  
bestimmtes Integral

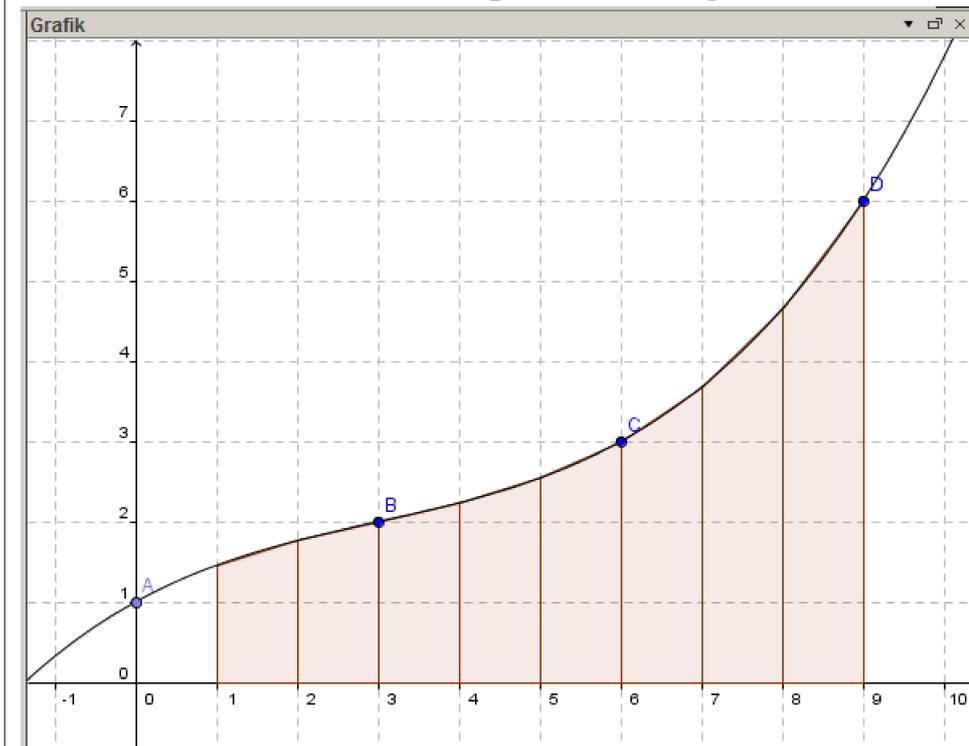
Einsatz: ab etwa 3HAK (zweites Lernjahr) denkbar

Didaktischer Hinweis: Kompetenzorientiert!



## 1 Aufgabe

Figure 1: Die Fläche unter einer Kurve soll mit Hilfe einer Trapezsumme angenähert werden.



## 2 Lösung

```
(%i34) kill(all)$
```

### 2.1 Eingabe

Die Eingabedaten müssen aus der Grafik abgelesen werden.

```
(%i1) x1:0$y1:1$
      x2:3$y2:2$
      x3:6$y3:3$
      x4:9$y4:6$
```

```
(%i9) n:8$u:1$o:9$
```

### 2.2 Verarbeitung

Bestimmung der Streifenbreite.

```
(%i12) dx:(o-u)/n;
(%o12) 1
```

4 Punkte bestimmen eine kubische Parabel.

```
(%i13) g(x,y):=y=a*x**3+b*x**2+c*x+d$
```

```
(%i14) g1:g(x1,y1);
      g2:g(x2,y2);
      g3:g(x3,y3);
      g4:g(x4,y4);
```

```
(%o14) 1=d
(%o15) 2=d+3 c+9 b+27 a
(%o16) 3=d+6 c+36 b+216 a
(%o17) 6=d+9 c+81 b+729 a
```

```
(%i18) l:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);
```

```
(%o18) [[a=1/81,b=-1/9,c=5/9,d=1]]
```

Bestimmung der Funktion.

```
(%i19) Funktion:g(x,y),l;
```

```
(%o19) y=x^3/81-x^2/9+5x/9+1
```

```
(%i20) f:rhs(Funktion);
```

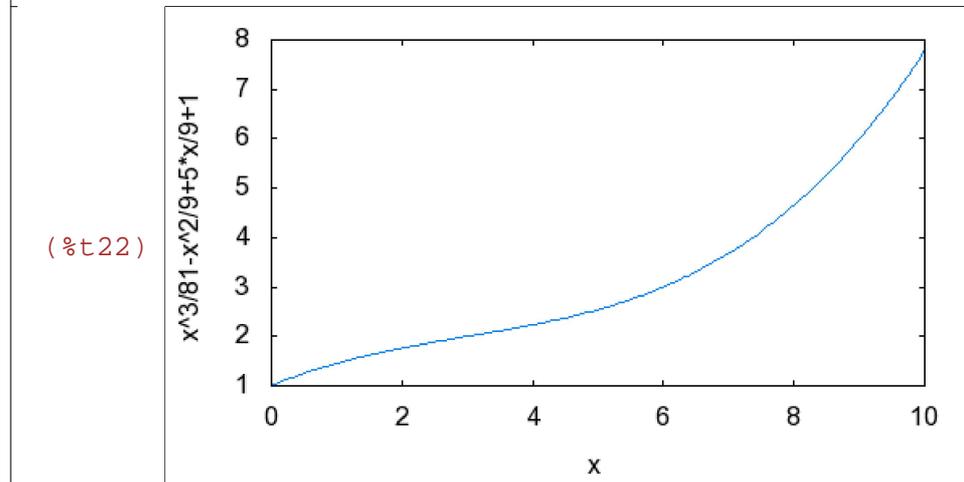
```
(%o20) x^3/81-x^2/9+5x/9+1
```

```
(%i21) f(x):='f;
```

```
(%o21) f(x):=x^3/81-x^2/9+5x/9+1
```

Grafische Darstellung der ermittelten Funktion.

```
(%i22) wxplot2d([f(x)], [x,0,10])$
```



Bestimmung der Fußpunkte.

```
(%i23) X:makelist(u+dx*(i-1),i,1,n+1);
(%o23) [1,2,3,4,5,6,7,8,9]
```

Bestimmung der Trapezsumme.

```
(%i24) TS:sum((f(X[i])+f(X[i+1]))/2*dx,i,1,n)$
      TS:floor(TS*100+0.5)/100.0;
(%o25) 23.6
```

## 2.3 Ausgabe

```
(%i26) print("")$
      print("Das Näherungsverfahren für die Fläche,")$
      print("die von der Funktion ",Funktion)$
      print("zwischen den Grenzen ",u,"und ",o)$
      print("mit der x-Achse eingeschlossen wird,")$
      print("liefert bei ",n,"Streifen")$
      print("den Wert ",TS,"(wenn die Trapezsumme)")$
      print("angewendet wird).")$
```

Das Näherungsverfahren für die Fläche,  
 die von der Funktion  $y = \frac{x^3}{81} - \frac{x^2}{9} + \frac{5x}{9} + 1$   
 zwischen den Grenzen 1 und 9  
 mit der x-Achse eingeschlossen wird,  
 liefert bei 8 Streifen  
 den Wert 23.6 (wenn die Trapezsumme  
 angewendet wird).