

Zylinder mit minimaler Oberfläche

Dokumentnummer: D1034
 Fachgebiet: Analysis, Extremwertaufgaben
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)
 Quelle: Johann Weilharter, Analysis

Figure 1:

Programmbeilage	
Diese Programme müssen installiert sein:	
CAS Maxima von http://maxima.sourceforge.net (in der Windows-Installationsdatei ist wxMaxima integriert)	Und GUI wxMaxima http://wxmaxima.sourceforge.net

1 Problembeschreibung

Gegeben ist das Volumen eines Zylinders. Wie müssen die Abmessungen für r und h gewählt werden, damit die Oberfläche des Zylinders minimal wird?

2 Problemlösung

EINGABE (kann verändert werden)

```
(%i1) V:1 /* Volumen des Zylinders in dm³ */;
(%o1) 1
```

VERARBEITUNG

```
(%i2) NB:V=r**2*pi*h;
(%o2) 1=π h r²
```

```
(%i3) l:solve(NB,h);
(%o3) [h=1/(π r²)]
```

```
(%i4) O:2*r**2*pi+2*r*pi*h;
(%o4) 2 π r² + 2 π h r
```

```
(%i5) O:O, l[1];
(%o5) 2 π r² + 2/r
```

```
(%i6) ab:diff(O,r);
(%o6) 4 π r - 2/r²
```

```

(%i7) extr:solve(ab=0,r);
(%o7)  $\left[ r = \frac{\sqrt{3}i - 1}{2^{4/3} \pi^{1/3}}, r = -\frac{\sqrt{3}i + 1}{2^{4/3} \pi^{1/3}}, r = \frac{1}{2^{1/3} \pi^{1/3}} \right]$ 

(%i8) r_ext:r,extr[3];
(%o8)  $\frac{1}{2^{1/3} \pi^{1/3}}$ 

(%i9) h:ev(h,l[1]);
(%o9)  $\frac{1}{\pi r^2}$ 

(%i10) h_ext:ev(h,extr[3]);
(%o10)  $\frac{2^{2/3}}{\pi^{1/3}}$ 

(%i11) r_ext:r_ext,numer;
(%o11) 0.54192607013929

(%i12) h_ext:h_ext,numer;
(%o12) 1.083852140278578

(%i13) r_ext:floor(r_ext*100+0.5)/100.0;
(%o13) 0.54

(%i14) h_ext:floor(h_ext*100+0.5)/100.0;
(%o14) 1.08

(%i15) ab2:diff(ab,r);
(%o15)  $\frac{4}{r^3} + 4\pi$ 

(%i16) ab2:ev(ab2,extr[3]);
(%o16)  $12\pi$ 

AUSGABE

(%i17) if ab2>0 then print("Das Minimum")$
Das Minimum

(%i18) if 2*r_ext=h_ext then print("Gleichseitiger Zylinder!")$
Gleichseitiger Zylinder!

(%i19) print("Radius im dm = ",r_ext)$
Radius im dm = 0.54

(%i20) print("Höhe in dm = ",h_ext)$
Höhe in dm = 1.08

```