

Steigung der Tangente

Dokumentnummer: D2033
 Fachgebiet: Differenzialquotient
 Analysis
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)



1 Differenzenquotient

1.1 Tafelbilder

Figure 1: Grafik

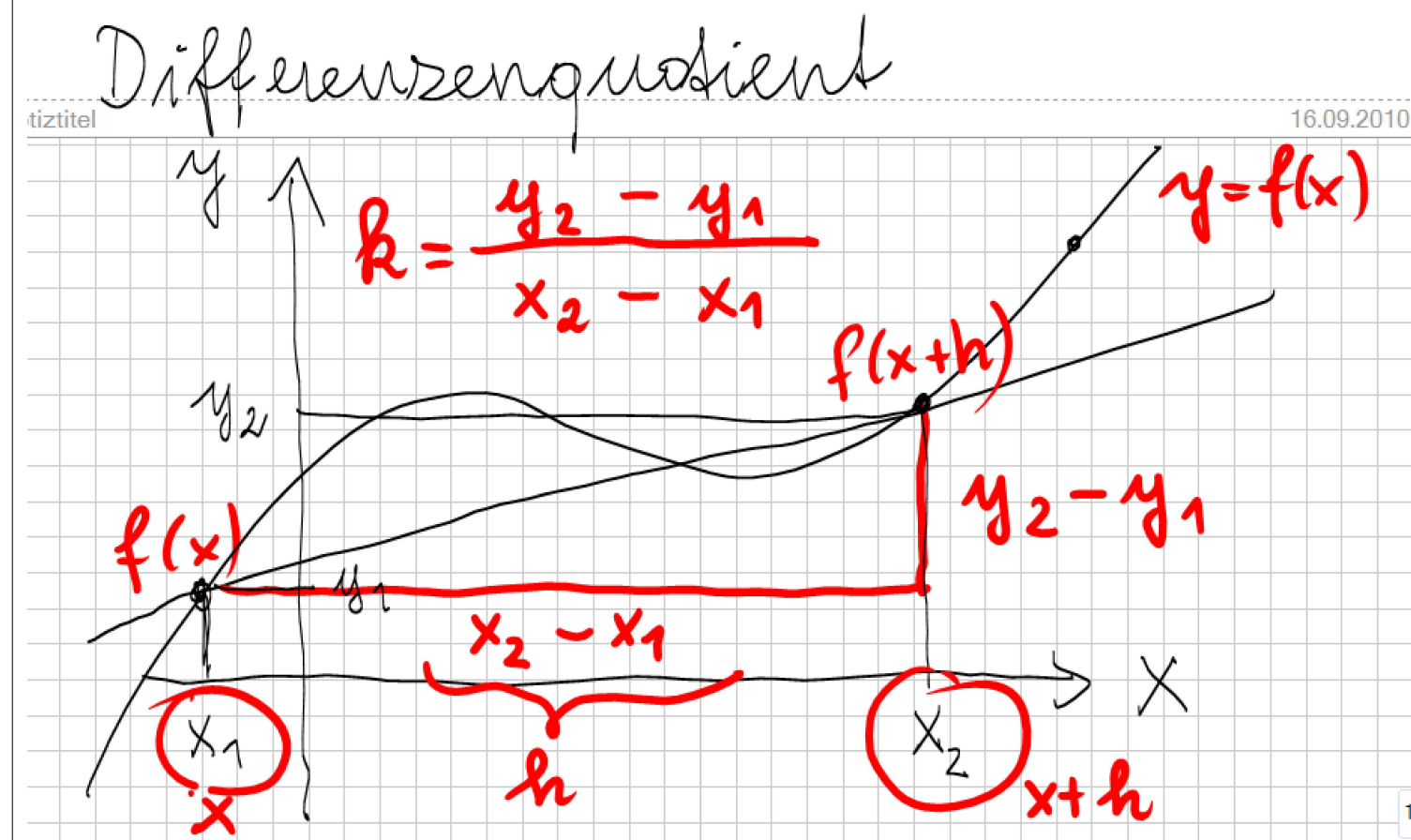


Figure 2: Definition

$$k = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

2 Definition Differenzquotient

Die Steigung der Sekante ist
 $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

Irgendeine Funktion $y = f(x)$

$$x_2 - x_1 = h$$

$$y_1 = f(x_1)$$

$$y_2 = f(x_2)$$

Man lässt den Index 1 weg, d.h. man schreibt statt x_1 einfach x .

$$y_1 = f(x)$$

$$x_2 - x = h$$

$$x_2 = x + h$$

$$y_2 = f(x_2) = f(x + h)$$

$$k = (f(x + h) - f(x)) / h$$

3 Anwendung

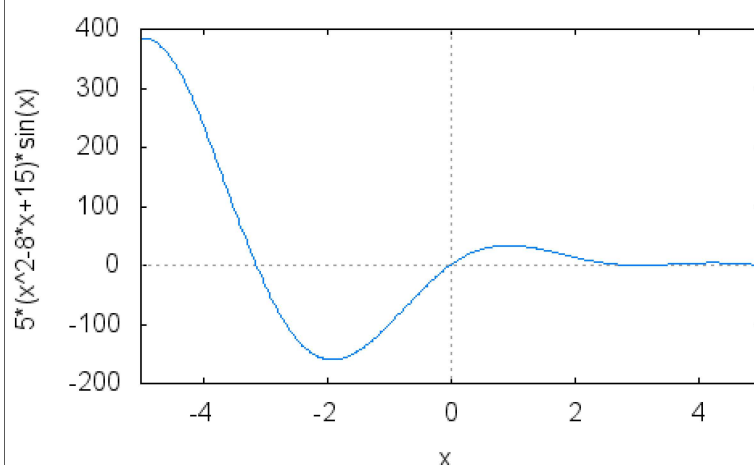
3.1 Gegebene Funktion

```
--> f(x):=sin(x)*(x**2-8*x+15)*5;
```

```
(%01) f(x):=sin(x)(x^2-8 x+15)5
```

```
--> wxplot2d([f(x)], [x, -5, 5])$
```

```
(%t2)
```



3.2 Differenzenquotient mit Maxima

```
--> x:-4;
```

```
(%03) -4
```

```
--> h:6;
```

```
(%04) 6
```

```

--> y1:f(x),numer;
(%05) 238.3927860219974

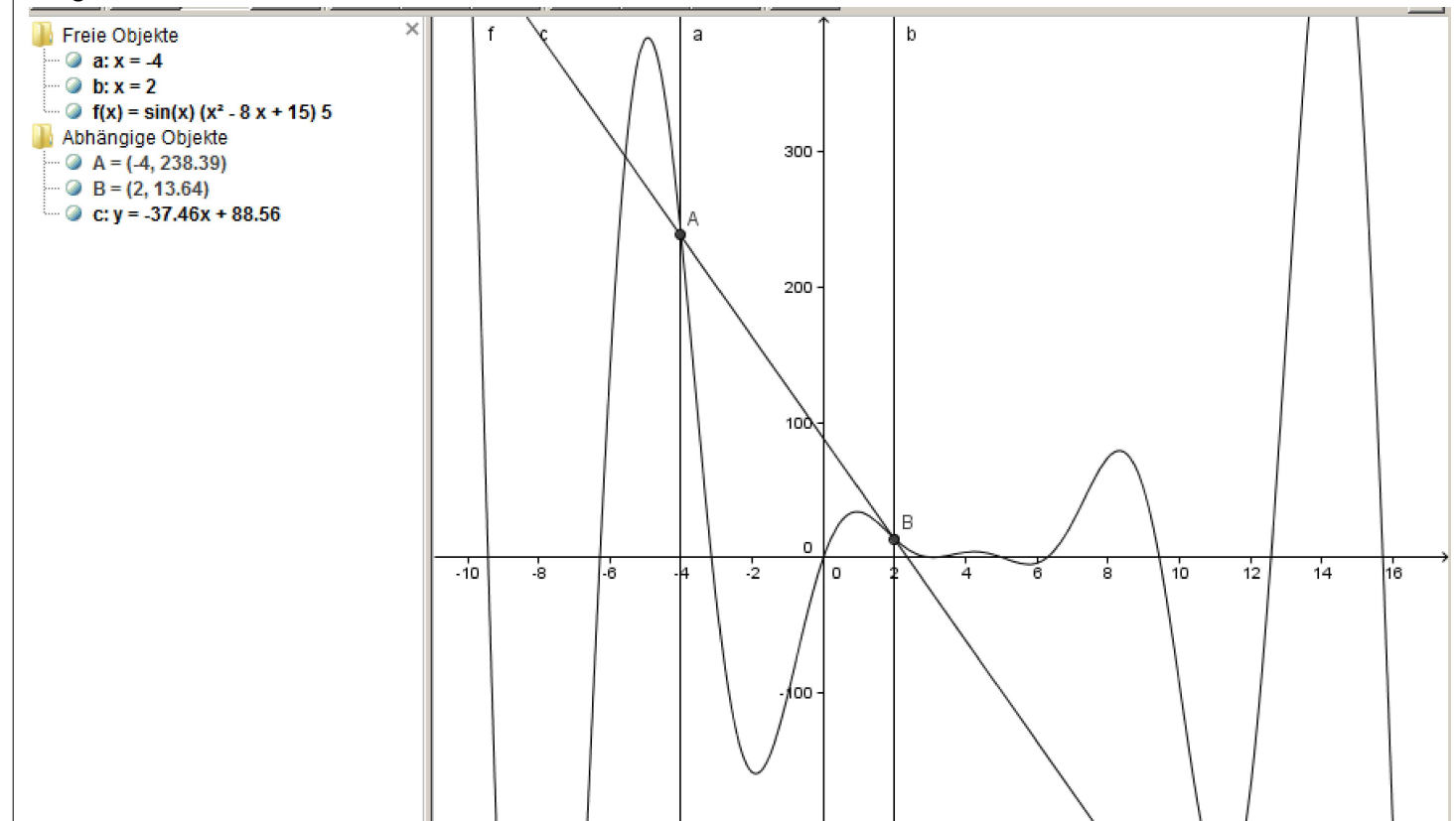
--> y2:f(x+h),numer;
(%06) 13.63946140238522

--> k:(f(x+h)-f(x))/h,numer;
(%07) -37.45888743660203

```

3.3 Differenzenquotient mit Geogebra

Figure 3:



4 Der Differenzialquotient

4.1 Grundidee

Wenn wir h immer kleiner machen, fallen die Punkte zusammen. Dann gibt es keine Sekante und auch keine Steigung der Sekante, weil es ja für $h=0$ eine unzulässige Division durch 0 wäre.

```

--> kill(x,h);
(%08) done

--> f(x);
(%09) 5(x2 - 8x + 15)sin(x)

```

```
--> k:(f(x+h)-f(x))/h;
(%010) 
$$\frac{5((x+h)^2 - 8(x+h) + 15)\sin(x+h) - 5(x^2 - 8x + 15)\sin(x)}{h}$$

```

```
--> k,h=0;
expt: undefined: 0 to a negative exponent.
-- an error. To debug this try: debugmode(true);
```

4.2 Man muss den Grenzwert berechnen

```
--> limit(k,h,0),numer;
rat: replaced 0.2 by 1/5 = 0.2
rat: replaced -1.0 by -1/1 = -1.0
rat: replaced 0.2 by 1/5 = 0.2
rat: replaced -1.0 by -1/1 = -1.0
(%012) 
$$\frac{5.0(2.0x\sin(x) - 8.0\sin(x) + 1.0x^2\cos(x) - 8.0x\cos(x) + 15.0\cos(x))^2}{(2.0x - 8.0)\sin(x) + (1.0x^2 - 8.0x + 15.0)\cos(x)}$$

```

```
--> %,x=-4,numer;
(%013) -266.441940196672
```

```
Das ist die Steigung der Tangente!
```