

Schiefwinkeliges Dreieck

Dokumentnummer: DX1712
 Fachgebiet: Geometrie, Planimetrie,
 Trigonometrie, Listenverarbeitung
 Einsatz: 3HAK (zweites Lernjahr)



1 Aufgaben und Lösungen

Figure 1: Aufgabe (a)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 3,7$ cm und $c = 4,2$ cm sowie den Winkel $\alpha = 43^\circ$. Berechne b und die Winkel β und γ !

```
(%i1) a:3.7$c:4.2$alpha:43$
      alpha:alpha*pi/180;
```

```
(%o4) 43 pi
      180
```

Anwendung Sinussatz:

$$a/\sin(\alpha)=c/\sin(\gamma)$$

```
(%i5) g:a/sin(alpha)=c/sin(gamma);
```

```
(%o5) 3.7      4.2
      sin(43 pi) sin(gamma)
```

```
(%i6) l:solve(g,gamma);
```

rat: replaced 3.7 by 37/10 = 3.7

rat: replaced -4.2 by -21/5 = -4.2

solve: using arc-trig functions to get a solution.
 Some solutions will be lost.

```
(%o6) [gamma=asin(42 sin(43 pi)/37)]
```

```
(%i7) gamma:ev(gamma,l),numer;
```

```
(%o7) 0.885387455622971
```

```
(%i8) beta:%pi-(alpha+gamma),numer;
```

```
(%o8) 1.50571361960926
```

Anwendung Sinussatz:

$$a/\sin(\alpha)=b/\sin(\beta)$$

```
(%i9) g:a/sin(alpha)=b/sin(beta);
```

```
(%o9) 3.7      1.002121623681225 b
      sin(43 pi) sin(beta)
```

```

(%i10) l:solve(g,b);
rat: replaced 3.7 by 37/10 = 3.7
rat: replaced -1.00212162368122 by -1417/1414 = -1.0021216407355
(%o10) [b= $\frac{26159}{7085 \sin\left(\frac{43\pi}{180}\right)}$ ]

(%i11) b:ev(b,l)$
b:floor(b*100+0.5)/100.0;
(%o12) 5.41

(%i13) Seiten:[a,b,c];
(%o13) [3.7, 5.41, 4.2]

(%i14) Winkel:[alpha,beta,gamma]*180/%pi$
Winkel:floor(Winkel*10000+0.5)/10000.0;
(%o15) [43.0, 86.271, 50.729]

(%i16) kill(all)$

```

Figure 2: Aufgabe (b)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seite $b = 3,73$ m sowie die Winkel $\beta = 65,47^\circ$ und $\gamma = 42,5^\circ$. Berechne die Länge der Seiten a , c und den Winkel α !

```

(%i1) b:3.73$beta:65.47$gamma:42.5$
alpha:180-(beta+gamma);
(%o4) 72.03

(%i5) alpha:alpha*%pi/180;
beta:beta*%pi/180;
gamma:gamma*%pi/180;
(%o5) 0.4001666666666667  $\pi$ 
(%o6) 0.3637222222222222  $\pi$ 
(%o7) 0.2361111111111111  $\pi$ 

(%i8) Kontrolle:alpha+beta+gamma;
(%o8) 1.0  $\pi$ 

Sinussatz anwenden

(%i9) g1:a/sin(alpha)=b/sin(beta)$
g2:c/sin(gamma)=b/sin(beta)$

```

```

(%i11) l1:solve(g1,a);
        l2:solve(g2,c);
rat: replaced -3.73 by -373/100 = -3.73
rat: replaced 0.363722222222222 by 5777/15883 = 0.363722218724422
rat: replaced 0.400166666666667 by 2401/6000 = 0.400166666666667

      373 sin( $\frac{2401 \pi}{6000}$ )
(%o11) [a =  $\frac{100 \sin(\frac{5777 \pi}{15883})}{100 \sin(\frac{5777 \pi}{15883})}$ ]
rat: replaced -3.73 by -373/100 = -3.73
rat: replaced 0.363722222222222 by 5777/15883 = 0.363722218724422
rat: replaced 0.236111111111111 by 17/72 = 0.236111111111111

      373 sin( $\frac{17 \pi}{72}$ )
(%o12) [c =  $\frac{100 \sin(\frac{5777 \pi}{15883})}{100 \sin(\frac{5777 \pi}{15883})}$ ]

(%i13) a:ev(a,l1)$a:floor(a*100+0.5)/100.0;
(%o14) 3.9

(%i15) c:ev(c,l2)$c:floor(c*100+0.5)/100.0;
(%o16) 2.77

(%i17) Seiten:[a,b,c];
(%o17) [3.9, 3.73, 2.77]

(%i18) Winkel:[alpha,beta,gamma]*180/%pi$
        Winkel:floor(Winkel*100+0.5)/100.0;
(%o19) [72.03, 65.47, 42.5]

(%i20) Winkelsumme:sum(Winkel[i],i,1,3);
(%o20) 180.0

(%i21) kill(all)$

```

Figure 3: Aufgabe (c)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 51$ mm und $b = 17$ mm sowie den Winkel $\alpha = 117^\circ 42'$. Berechne die Länge der Seite c und die Winkel β und γ !

```

(%i1) a:51$b:17$alpha:117+42/60$
        alpha:alpha*%pi/180.0,numer;
(%o4) 2.054252529597326

```

Anwendung Sinussatz

```

(%i5) g:a/sin(alpha)=b/sin(beta);
(%o5) 57.60149894522283 =  $\frac{17}{\sin(\beta)}$ 

```

```

(%i6) l:solve(g,beta);
rat: replaced 57.60149894522283 by 84559/1468 = 57.60149863760218
solve: using arc-trig functions to get a solution.
Some solutions will be lost.
(%o6) [beta=asin( $\frac{24956}{84559}$ )]

(%i7) beta:ev(beta,l),numer;
(%o7) 0.299592842919378

(%i8) gamma:%pi-(alpha+beta),numer;
(%o8) 0.787747281073089

(%i9) Probe:alpha+beta+gamma;
(%o9) 3.141592653589793

(%i10) g:a/sin(alpha)=c/sin(gamma);
(%o10) 57.60149894522283=1.410903080984692 c

(%i11) l:solve(g,c);
rat: replaced 57.60149894522283 by 84559/1468 = 57.60149863760218
rat: replaced -1.41090308098469 by -11077/7851 = -1.41090306967265
(%o11) [c= $\frac{663872709}{16261036}$ ]

(%i12) c:ev(c,l)$
c:floor(c*100+0.5)/100.0;
(%o13) 40.83

(%i14) Seiten:[a,b,c];
(%o14) [51, 17, 40.83]

(%i15) Winkel:[alpha,beta,gamma]*180/%pi$
Winkel:floor(Winkel*100+0.5)/100.0;
(%o16) [117.7, 17.17, 45.13]

(%i17) kill(all)$

```

Figure 4: Aufgabe (d)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seite $a = 3,2$ m und die Winkel $\alpha = 64,97^\circ$ und $\beta = 31,05^\circ$.
Berechne die Länge der Seiten b, c und den Winkel γ !

Figure 5: Aufgabe (e)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 20$ cm und $c = 20,5$ cm sowie den Winkel $\gamma = 81,2^\circ$. Berechne die Länge der Seite b sowie die Winkel α und β !

Figure 6: Aufgabe (f)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 14$ cm und $b = 15$ cm sowie den Winkel $\beta = 67,37^\circ$. Berechne die Länge der Seite c sowie die Winkel α und γ !

Übung: (d), (e) und (f) kann man mit dem Sinussatz lösen

```

(%i1) kill(all)$

```

Die folgenden Aufgaben werden mit dem Cosinussatz gelöst.

Figure 7: Aufgabe (g)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 20$ cm, $b = 13$ cm und $c = 21$ cm.

Berechne die Winkel α , β und γ !

```
(%i1) a:20$b:13$c:21$
```

```
(%i4) g:c**2=a**2+b**2-2*a*b*cos(gamma);
```

```
(%o4) 441=569 - 520 cos(gamma)
```

```
(%i5) l:solve(g, gamma);
```

```
solve: using arc-trig functions to get a solution.  
Some solutions will be lost.
```

```
(%o5) [gamma=acos(16/65)]
```

```
(%i6) gamma:ev(gamma, l)$
```

```
gamma:gamma, numer;
```

```
(%o7) 1.322086337701374
```

Das ist der Winkel gamma im Bogenmaß (RAD).
Den Rest kann man auch mit dem Sinussatz erledigen.

```
(%i8) kill(all)$
```

Figure 8: Aufgabe (h)

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seiten $a = 11,2$ cm und $b = 11,8$ cm sowie den Winkel $\gamma = 65^\circ 20'$. Berechne die Länge der Seite c sowie die Winkel α und β !

```
(%i1) a:11.2$b:11.8$gamma:65+20/60$
```

```
gamma:gamma*pi/180.0;
```

```
(%o4) 0.362962962962963 pi
```

```
(%i5) g:c**2=a**2+b**2-2*a*b*cos(gamma);
```

```
(%o5) c^2=264.68 - 264.32 cos(0.362962962962963 pi)
```

```
(%i6) l:solve(g, c);
```

```
rat: replaced -264.68 by -6617/25 = -264.68
```

```
rat: replaced 264.32 by 6608/25 = 264.32
```

```
rat: replaced 0.362962962962963 by 49/135 = 0.362962962962963
```

```
(%o6) [c=-sqrt(6617 - 6608 cos(49 pi/135))/5, c=sqrt(6617 - 6608 cos(49 pi/135))/5]
```

```
(%i7) c:ev(c, l[2])$
```

```
c:floor(c*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o8) 12.42
```

```
(%i9) kill(all)$
```

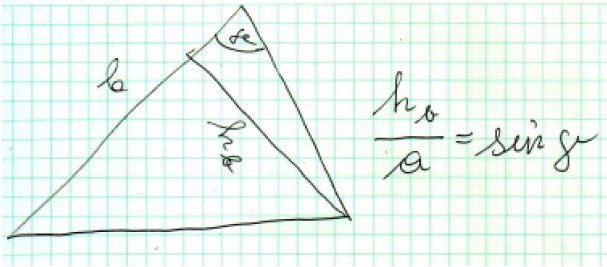
Figure 9: Hier ist eine Skizze erforderlich.

Von einem Dreieck ABC kennt man die Seite $b = 5,1$ dm, die Höhe $h_b = 1,2$ dm und den Winkel $\gamma = 19^\circ$. Berechne die Länge der Seiten a und c sowie die Winkel α und β !

```
(%i1) b:5.1$hb:1.2$gamma:19$
      gamma:gamma*pi/180.0;
```

```
(%o4) 0.105555555555556  $\pi$ 
```

Figure 10:



```
(%i5) g:hb/a=sin(gamma);
```

```
(%o5)  $\frac{1.2}{a} = \sin(0.105555555555556 \pi)$ 
```

```
(%i6) l:solve(g,a);
```

rat: replaced 0.105555555555556 by 19/180 = 0.105555555555556

rat: replaced 1.2 by 6/5 = 1.2

```
(%o6) [a= $\frac{6}{5 \sin\left(\frac{19 \pi}{180}\right)}$ ]
```

```
(%i7) a:ev(a,1)$
```

```
a:floor(a*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o8) 3.69
```

Die Seite c kann man mit dem Cosinussatz ermitteln, usw.