

Lineare Regression

Dokumentnummer: D1192
Fachgebiet: Regression, Trendgerade,
Rechnen mit Summen, Gleichungen,
lineare Funktion
Einsatz: 2HAK (erstes Lernjahr)

Abb. 1:

PROGRAMMQUELLEN UND PROGRAMMBEILAGEN	
http://maxima.sourceforge.net http://wxmaxima.sourceforge.net	http://www.geogebra.org
	

1 Erklärungen zum Verständnis

1.1 Das Summenzeichen

Abb. 2: Was bedeutet das Summenzeichen (ein großes griechisches Sigma)? Es ist übrigens auch aus vielen Tabellenkalulationsprogrammen bekannt.

$$\sum_{i=1}^3 i$$

```
(%i113) sum(i,i,1,3)
      /* wir addieren die Werte
         i=1 + i=2 + i=3 */;

(%o113) 6

(%i116) ev(i,i=1)+ev(i,i=2)+ev(i,i=3);

(%o116) 6
```

1.2 Ein Beispiel

Abb. 3: Ein weiteres Beispiel dazu:

$$\sum_{k=2}^7 k^2$$

1.3 Eine Übung

```
(%i114) sum(k**2,k,2,7)
/* wir addieren die Werte von k2 für
   k=2 -> 22 = 4,
   k=3 -> 32 = 9,
   k=4 -> 42 = 16,
   k=5 -> 52 = 25,
   k=6 -> 62 = 36 und
   k=7 -> 72 = 49 */;
```

(%o114) 139

Abb. 4: Noch drei Übungsmöglichkeiten:

$$\sum_{n=4}^{12} n + 1, \sum_{i=1}^5 i, \sum_{k=2}^4 \frac{1}{k}$$

2 Problembeschreibung

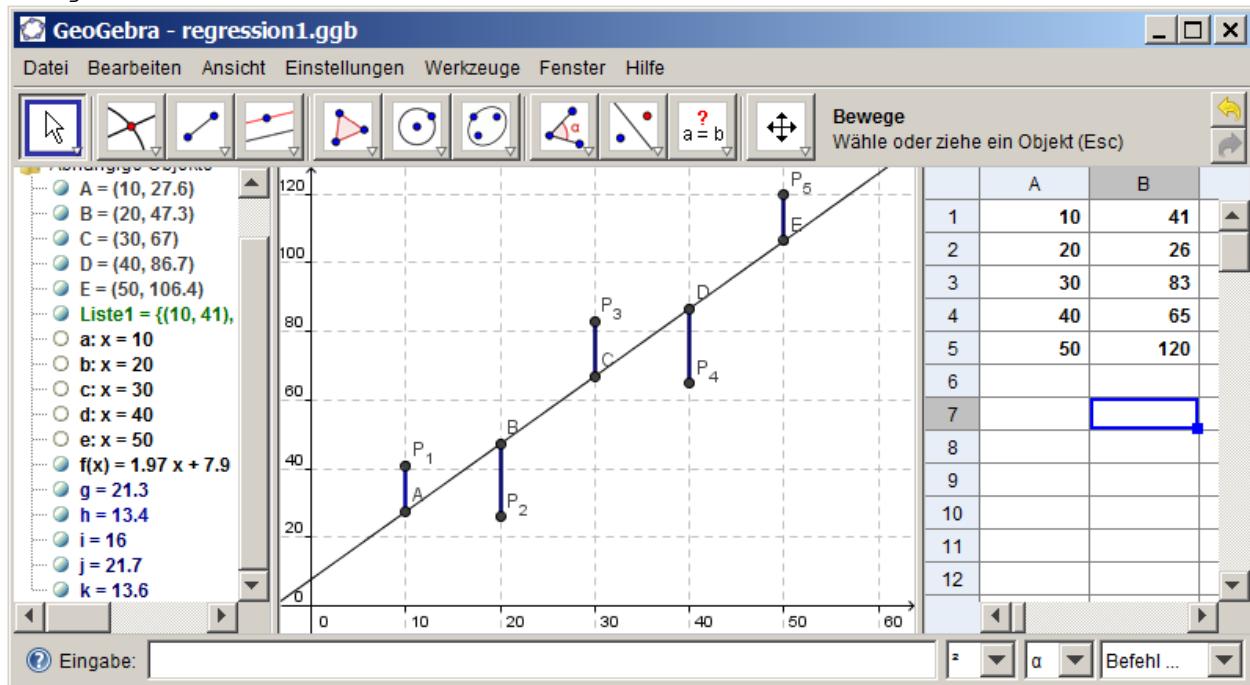
2.1 Aufgabe

Gesucht ist ein Maxima-Programm zur Berechnung der linearen Regression. Wir geben eine Erklärung dazu:

2.2 Erklärung

Abb. 5: Die Regressionsgerade für die Punkte P1, P2, P3, P4 und P5

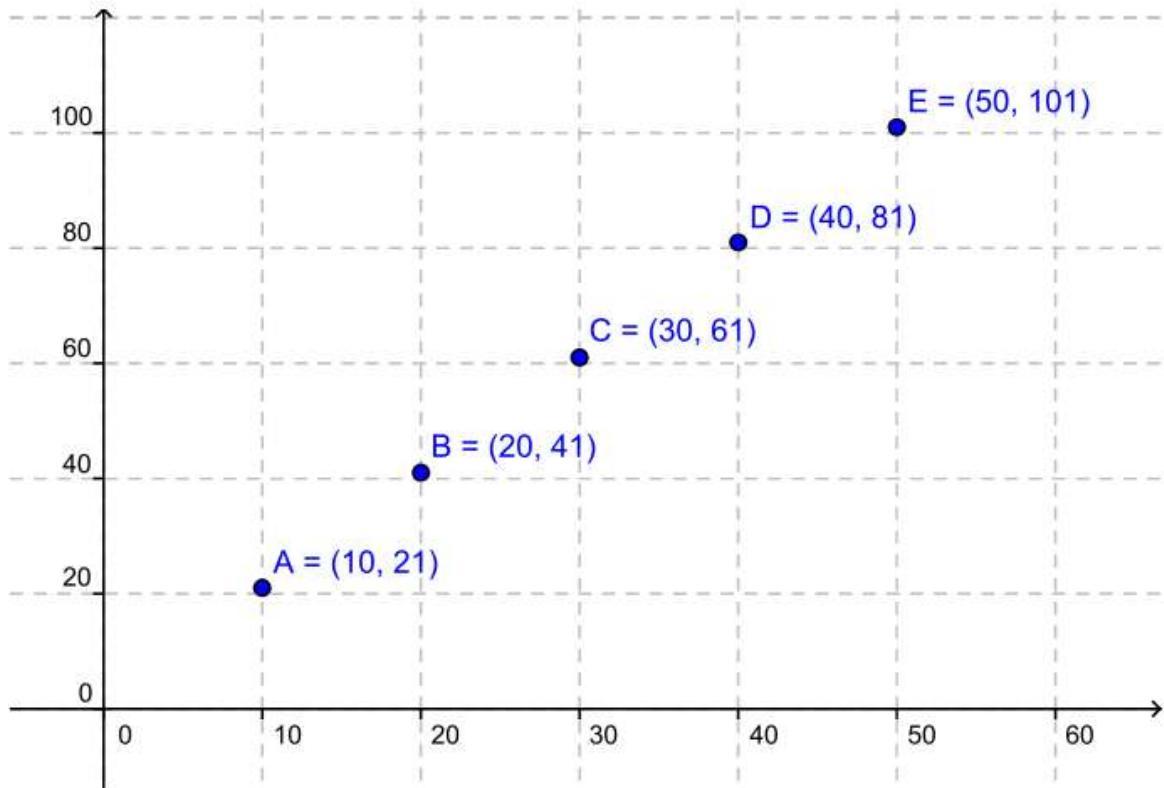
ist jene Gerade, für die die Summe der Quadrate der Abstände P1A, P2B, P3C, P4D und P5E ein Minimum wird. Das lässt sich mit Hilfe der Differentialrechnung verarbeiten. Die Lösung der Extremwertaufgabe wird durch die Regressionsgleichungen ausgedrückt.



3 Problemlösung

3.1 Eingabe

Abb. 6: Daten für das Musterbeispiel



```
(%i93) x:[10,20,30,40,50]
      /* Liste mit den x-Werten */;
```

```
(%o93) [10, 20, 30, 40, 50]
```

```
(%i94) y:[21,41,61,81,101]
      /* Liste mit den y-Werten */;
```

```
(%o94) [21, 41, 61, 81, 101]
```

3.2 Verarbeitung

```
(%i95) n:length(x)
      /* die Anzahl der Messwerte bestimmen */;
```

```
(%o95) 5
```

Abb. 7: Die Gleichungen für die lineare Regression, wir benötigen 4 Summen, die wir als $sx2, sx, sxy$ und sy bezeichnen wollen:

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i$$

Abb. 8: Berechnung von $sx2$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2$$

```
(%i96) sx2:sum(x[i]**2,i,1,n);
```

```
(%o96) 5500
```

Abb. 9: Berechnung von sx

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

```
(%i97) sx:sum(x[i],i,1,n);
```

```
(%o97) 150
```

Lineare Regression mit wxMaxima und Geogebra

Abb. 10: Berechnung von s_{xy}

$$\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

```
(%i98) sxy:sum(x[i]*y[i],i,1,n);
```

```
(%o98) 11150
```

Abb. 11: Berechnung von s_y

$$\sum_{i=1}^n y_i$$

```
(%i99) sy:sum(y[i],i,1,n);
```

```
(%o99) 305
```

Abb. 12: Die Summen kann man auch mit Tabellenkalkulation berechnen

	A	B	C	D	
1	x	y	x ²	xy	
2		10	21	100	210
3		20	41	400	820
4		30	61	900	1830
5		40	81	1600	3240
6		50	101	2500	5050
7		150	305	5500	11150
8	s _x	s _x	s _{x²}	s _{xy}	

Nun können wir die Gleichungen zusammenstellen

```
(%i100) g1:a*sx2+b*sx=sxy;
```

```
(%o100) 150 b+5500 a=11150
```

```
(%i101) g2:a*sx+b*n=sy;
```

```
(%o101) 5 b+150 a=305
```

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt mit `solve()` oder `algsys()`

```
(%i102) l:solve([g1,g2],[a,b]);
```

```
(%o102) [ [ a=2 , b=1 ] ]
```

```
(%i103) l:algsys([g1,g2],[a,b]);
```

```
(%o103) [ [ a=2 , b=1 ] ]
```

```
(%i104) A:a,l[1][1];
```

```
(%o104) 2
```

```
(%i105) B:b,l[1][2];
```

```
(%o105) 1
```

```
(%i106) kill(x,y)
      /* die gespeicherten Eingabedaten löschen
         und so die Wiederverwendung von x und y
         ermöglichen */;
```

```
(%o106) done
```

```
(%i107) gerade:y=A*x+B;
```

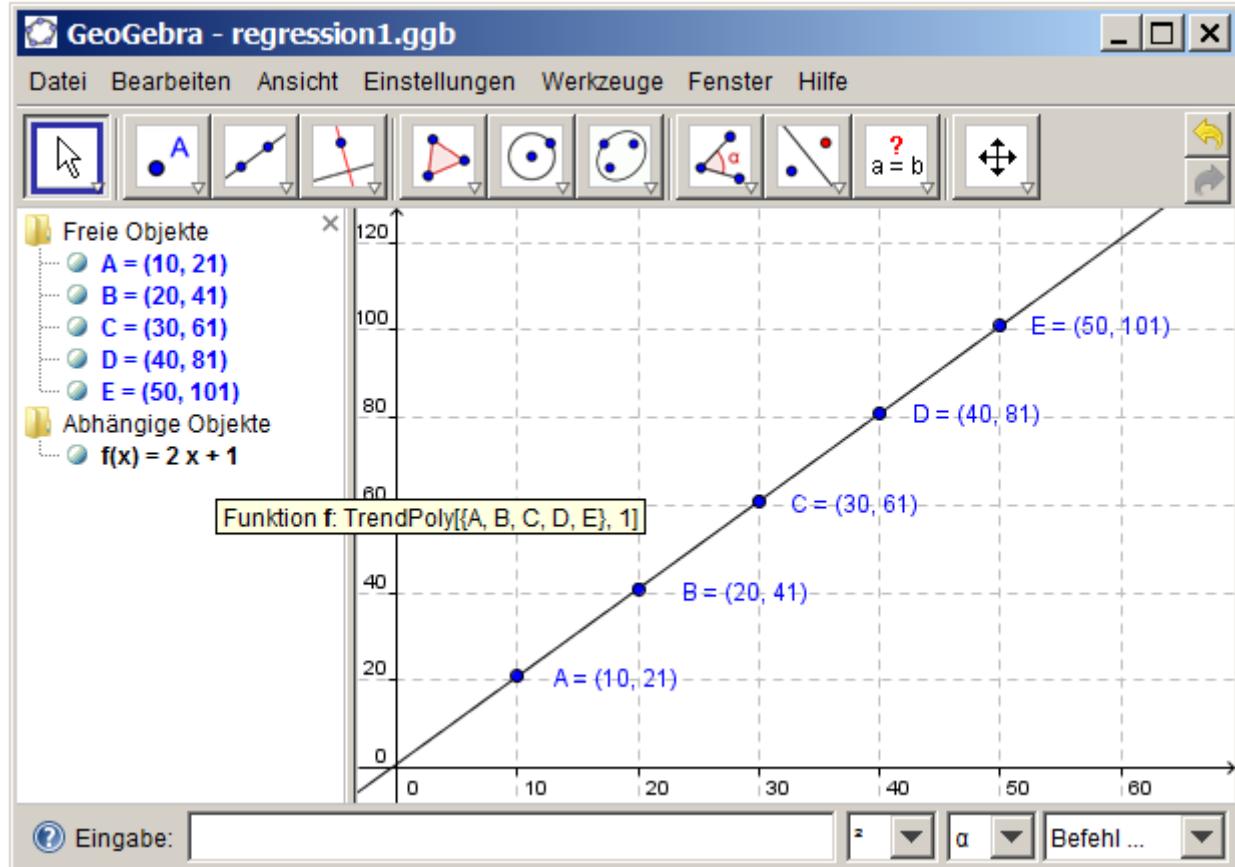
```
(%o107) y=2 x+1
```

3.3 Ausgabe

```
(%i108) print("")$  
      print("Die Regressionsgerade: ",gerade)$
```

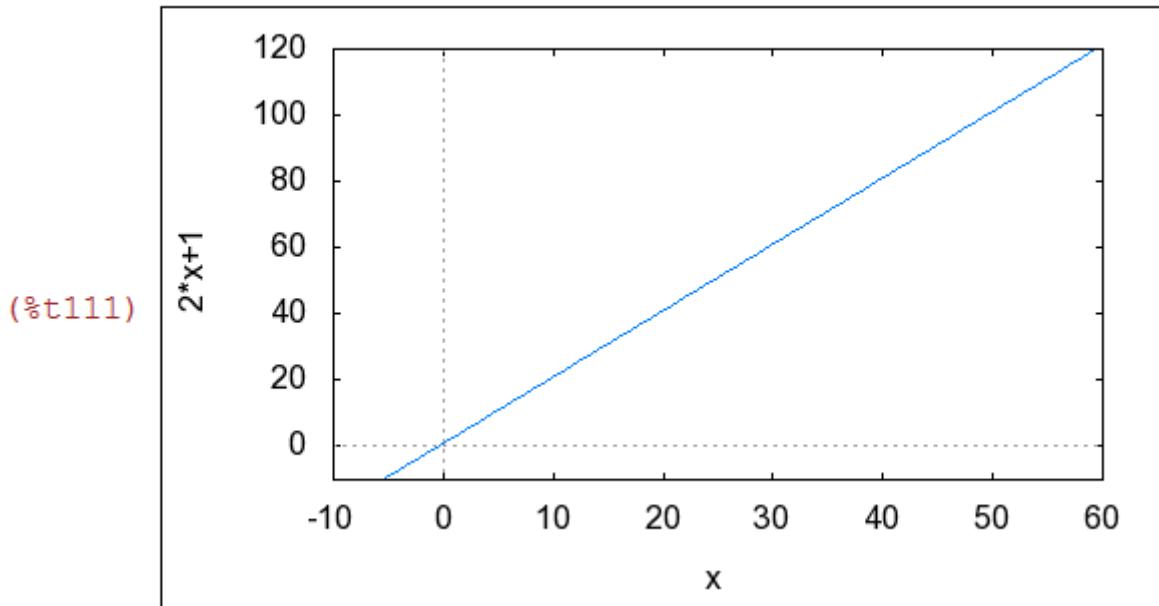
Die Regressionsgerade: $y = 2x + 1$

Abb. 13: Die Lösung der Musteraufgabe mit Geogebra



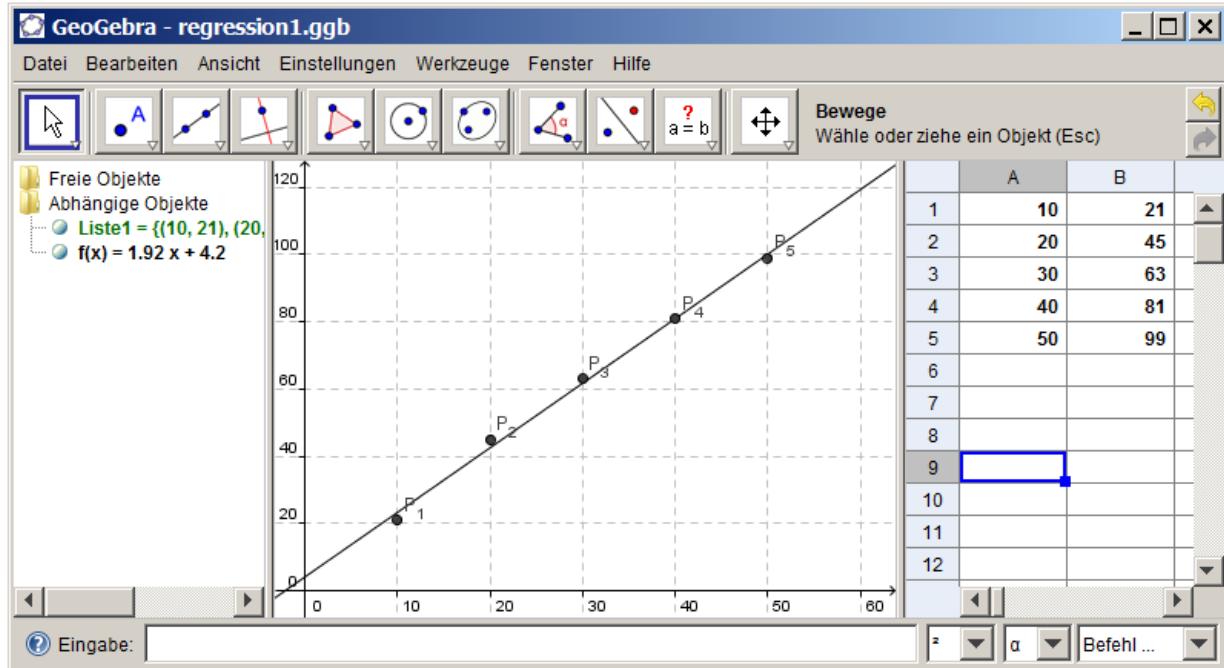
```
(%i111) wxplot2d([rhs(gerade)], [x,-10,60], [y,-10,120])$
```

plot2d: some values were clipped.



4 Übungsaufgabe

Abb. 14: Man kontrolliere die Lösung mit wxMaxima



Created with [wxMaxima](#).