

Wurzeln

Definition

Die n-te Wurzel aus einer nichtnegativen Zahl a ist jene nichtnegative Zahl b, deren n-te Potenz gleich a ist, d.h.:

$$\sqrt[n]{a} = b : \Leftrightarrow b^n = a \text{ für alle } a, b \in \mathbb{R}, a, b \geq 0, \text{ und } n \in \mathbb{N}$$

a...Radikant

n...Wurzelexponent

Rechenregeln

$$\text{i) } p \cdot \sqrt[r]{a^s} + q \cdot \sqrt[r]{a^s} = (p + q) \cdot \sqrt[r]{a^s}$$

$$\text{ii) } \sqrt[r]{a} \cdot \sqrt[s]{a} = \sqrt[rs]{a^{r+s}}$$

$$\text{iii) } \frac{\sqrt[r]{a}}{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[rs]{a^{s-r}}$$

$$\text{iv) } \sqrt[r]{a \cdot b} = \sqrt[r]{a} \cdot \sqrt[r]{b}$$

$$\text{v) } \sqrt[r]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[r]{a}}{\sqrt[r]{b}}$$

$$\text{vi) } \sqrt[r]{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[rs]{a} = \sqrt[s]{\sqrt[r]{a}}$$

$$\text{vii) } \sqrt[nr]{a^{n \cdot s}} = \sqrt[r]{a^s}$$

z.B.

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}} = \sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{5-2}}} = \sqrt[10]{\sqrt[3]{x^3}} = \sqrt[10]{x}$$