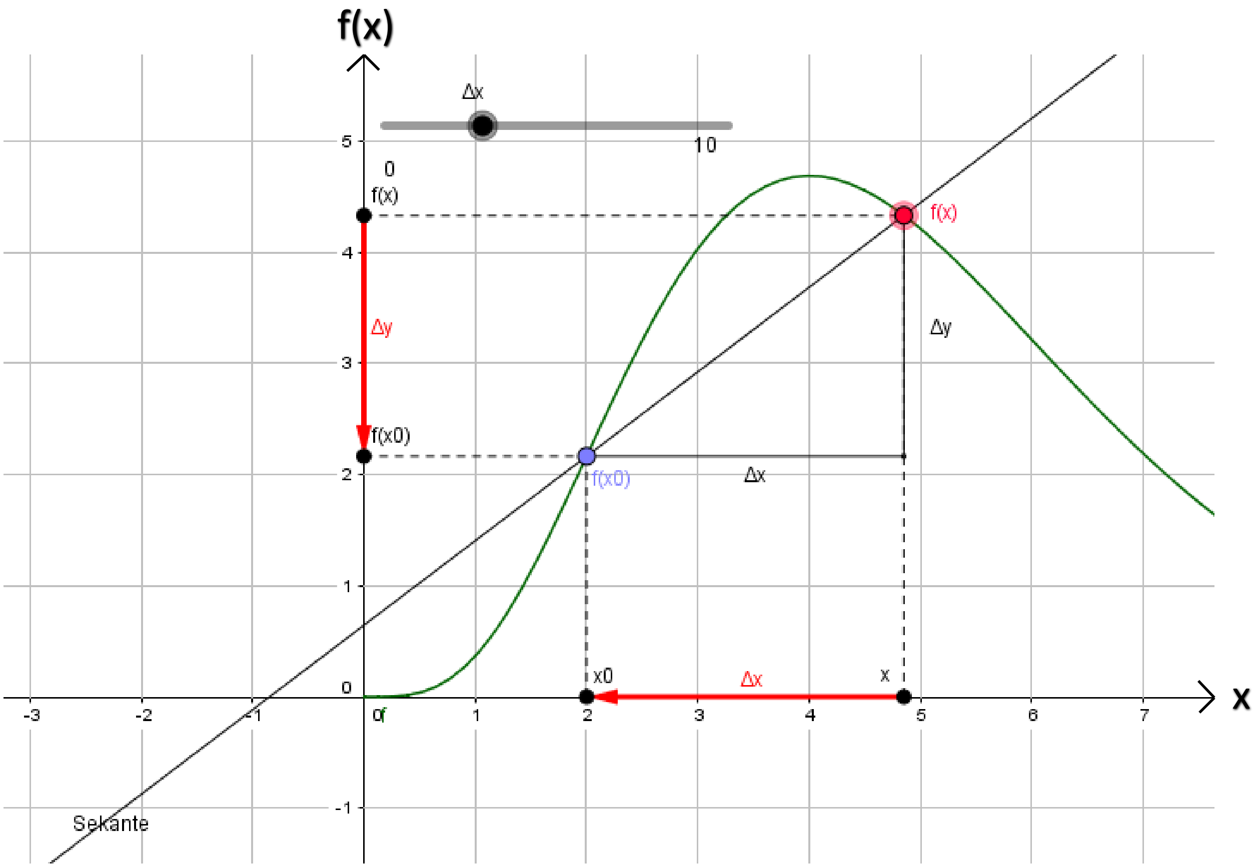
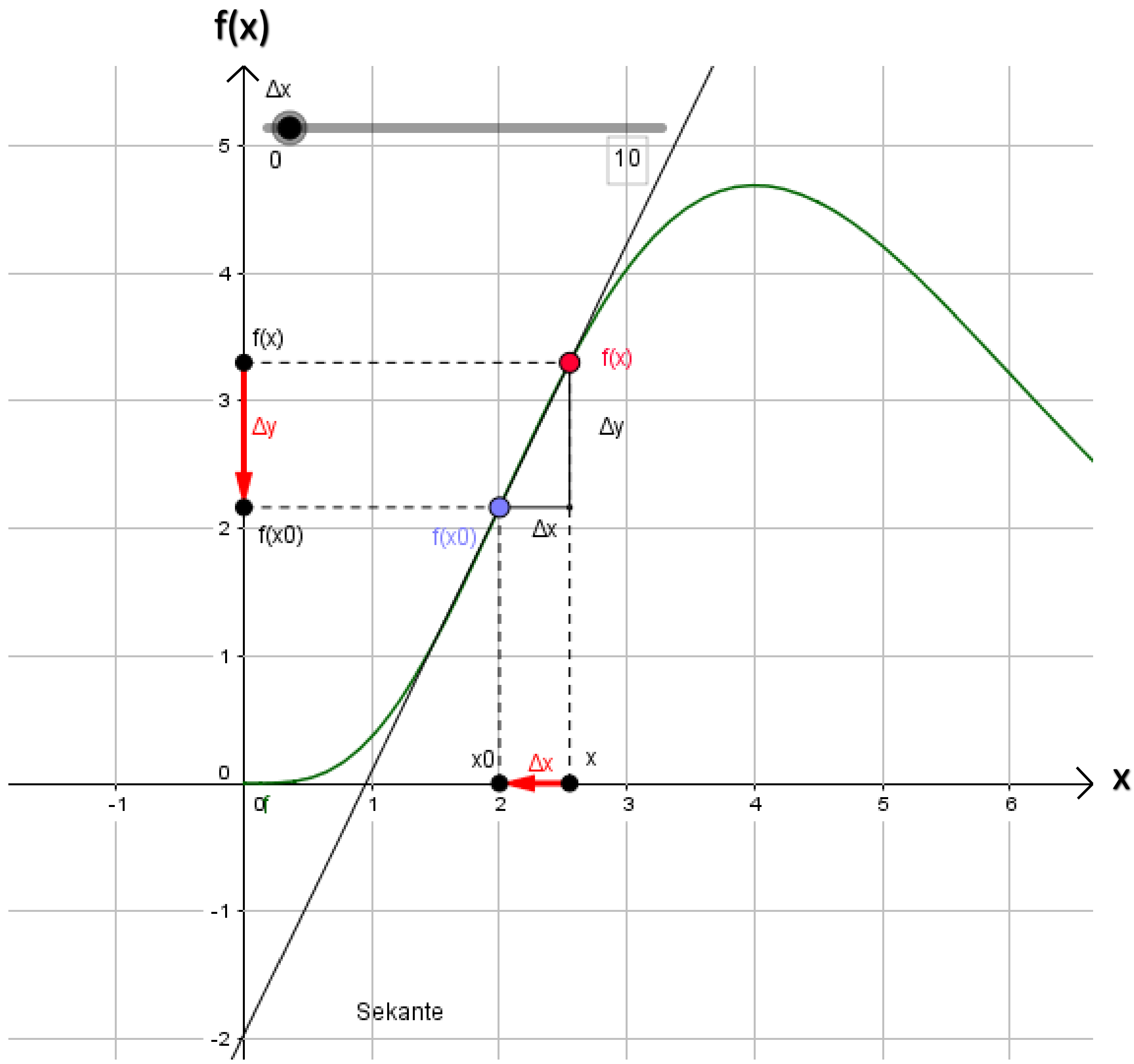
Vom Differenzenquotient zum Differentialquotient

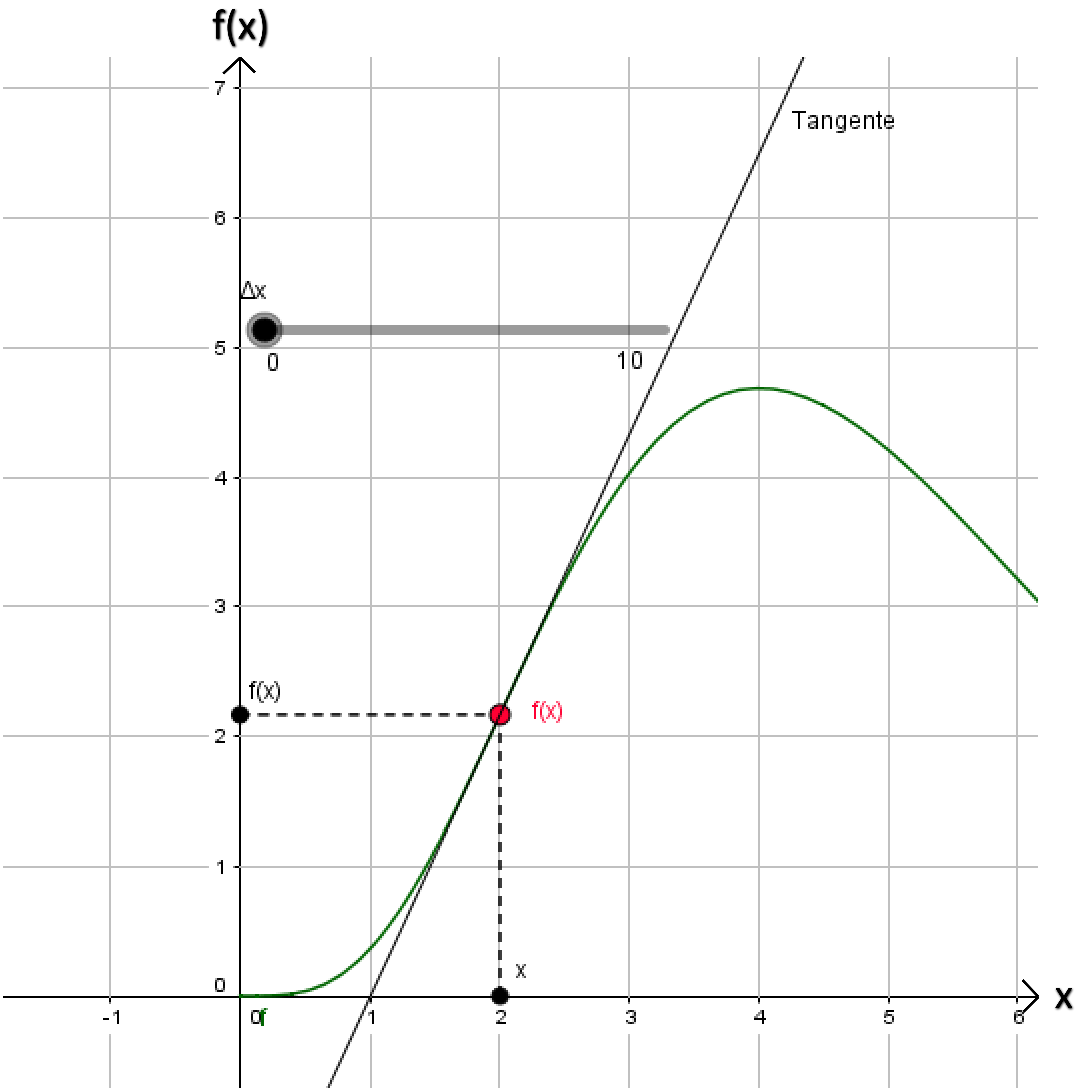


In der obigen Abbildung siehst du eine Gerade die die Funktion in zwei Punkten schneidet. Diese Gerade nennt man **Sekante** welche die mittlere Änderungsraten bzw. Steigung von $f(x_0)$ bis f(x) beschreibt. Berechnet wird die Steigung dieser Sekante wie folgt:

$$k = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(x)-f(x0)}{x-x0}$$



In dieser Abbildung sehen wir was passiert, wenn $\Delta\mathbf{X}$ kleiner gemacht wird. Durch das, dass sich der Punkt f(x) dem Punkt $f(x_0)$ annähert, wird die Sekante immer mehr zu unserer gesuchten Tangente im Punkt $f(x_0)$.



Wenn man ΔX gegen 0 wandern lässt, wird die Sekante endlich zu unserer gesuchten Tangente in $f(x_0)$. Die Tangente beschreibt uns genau die Steigung der Funktion im Punkt $f(x_0)$. Berechnet wird die Steigung der Tangente wie folgt:

$k = f'(x_0) = \lim_{x \to x0} \frac{f(x) - f(x0)}{x - x0}$ .....die Steigung der Tangente in $f(x_0)$

(für eine andere Schreibweise) setzte **$x = h + x_0$ =>**

$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(h+x0) - f(x0)}{x0+h-x0}$ => $f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(h+x0) - f(x0)}{h}$

Die Bezeichnung f'(x0) heißt die erste Ableitung der Funktion im Punkt x_0.