Lösungen zum Aufgabenblatt zu Kapitel 3

1. **Löse die Gleichungen in $\mathbb{C}$ und führe die Probe durch.**

a) $x^2+2x = 5$

$x_1 = -1-\sqrt{6}$ $x_2 = -1+\sqrt{6}$

b) $x^2-2x = -5$

$x_1 = 1-2i$ $x_2 = 1+2i$

c) $2x^2+4x+2 = 0$

$x_1 = -1$ $x_2 = -1$

d) $x^2+(3/2)x+(1/2) = 0$

$x_1 = -1$ $x_2 = -1/2$

2. **Wann hat die Gleichung keine, eine bzw. zwei reelle Lösungen? Wie viele Lösungen haben quadratische Gleichungen in der Menge der komplexen Zahlen?**

a) $ax^2+bx+c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Zwei reelle Lösungen: $b^2 > 4ac$

Eine reelle Doppellösung: $b^2 = 4ac$

Keine reelle Lösung: $b^2 < 4ac$

b) $x^2+px+q = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Zwei reelle Lösungen: $p^2 > 4q$

Eine reelle Doppellösung: $p^2 = 4q$

Keine reelle Lösung: $p^2 < 4q$

c) $mx^2-8x+40 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 160m}}{2m}$$

Zwei reelle Lösungen: $m < 2/5$

Eine reelle Doppellösung: $m = 2/5$

Keine reelle Lösung: $m > 2/5$

Quadratische Gleichungen mit reellen Koeffizienten besitzen in den komplexen Zahlen genau zwei Lösungen, wobei Doppellösungen auch doppelt gezählt werden.

3. **Spalte das Polynom vom Grad 4 in Linearfaktoren auf.**

   $x^4-4x^3+x^2+16x-20$

   (Tipp: $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$.)

   $x^4-4x^3+x^2+16x-20 = (x+2)(x-2)(x-2-i)(x-2+i)$