1. Schularbeit am 10.1.11

Integralrechnung

I) Löse die folgenden unbestimmten Integrale: (28 Punkte)

- **a)Berechne die unbestimmten Integrale (18 Punkte).**

  - 1) $\int x^2\,dx$, 2) $\int u^3\,du$, 3) $\int \sqrt{\frac{1}{x}}\,dx$, 4) $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$, 5) $\int \sqrt[3]{x^9}\,dx$, 6) $\int \sqrt[4]{\frac{1}{\sqrt[3]{x^7}}}\,dx$, 7) $\int x^3 * \sqrt[3]{x^8}\,dx$, 8) $\int \left(\frac{x^3}{7} + \frac{4x^3}{21} + \frac{18x}{7} + 7\right)dx$, 9) $\int \left(7 * x^6 + 9 * x^8 + 11 * x^{10}\right)dx$, 10) $\int 4^x\,dx$
    11) $\int 7 * e^{14*x}\,dx$

$$\int x^2\,dx$$

$$\frac{x^3}{3}$$

$$\int u^3\,du$$

$$\frac{u^4}{4}$$

$$\int \sqrt{\frac{1}{x}}\,dx$$

$$\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

```
Integrate[PowerExpand[∛(x^2)], x]
```

$$\frac{3\,x^{5/3}}{5}$$

```
Integrate[PowerExpand[∛(x^9)], x]
```

$$\frac{x^4}{4}$$

$$\text{Integrate}\left[\text{PowerExpand}\left[\sqrt[4]{\frac{1}{\sqrt[3]{x^7}}}\right], x\right]$$

$$\frac{12\, x^{5/12}}{5}$$

7.Aufgabe (damit man nicht die Übersicht verliert).

$$\text{Integrate}\left[\text{PowerExpand}\left[x^3 * \sqrt[3]{x^8}\right], x\right]$$

$$\frac{3\, x^{20/3}}{20}$$

$$\int\left(\frac{x^3}{7} + \frac{4 * x^3}{21} + \frac{18 * x}{7} + 7\right) dx$$

$$7\, x + \frac{9\, x^2}{7} + \frac{x^4}{12}$$

$$\int\left(7 * x^6 + 9 * x^8 + 11 * x^{10}\right) dx$$

$$x^7 + x^9 + x^{11}$$

$$\int 4^x\, dx$$

$$\frac{4^x}{\text{Log}[4]}$$

$$\int 7 * e^{14 * x}\, dx$$

$$\frac{e^{14\, x}}{2}$$

- **b)Berechne die Integrale und überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe einer Probe. Schreibe die Probe auch hin! (10 Punkte)**
  - 1) $\int \frac{8}{7} * e^{-13}\, dx$, 2) $\int\left(7\, x^8 + \frac{16 * x^4}{3} + 7 * x^3 + 12\, x\right) dx$

$$\int \frac{8}{7} * e^{-13}\, dx$$

Test einfach differenzieren, ist offensichtlich.

$$\int\left(7\,x^8+\frac{16*x^4}{3}+7*x^3+12\,x\right)dx$$

$$6\,x^2+\frac{7\,x^4}{4}+\frac{16\,x^5}{15}+\frac{7\,x^9}{9}$$

II) Löse die nachfolgenden Problem mit Hilfe der partiellen Integration. (8 Punkte)

- a) $\int(3*t+1)\,e^{3\,t}\,dt$

$$\int(3*t+1)\,e^{3\,t}\,dt$$

$$e^{3\,t}\,t$$

- b) $\int\left(x^2*\mathrm{Cos}[x]\right)dx$

$$\int\left(x^2*\mathrm{Cos}[x]\right)dx$$

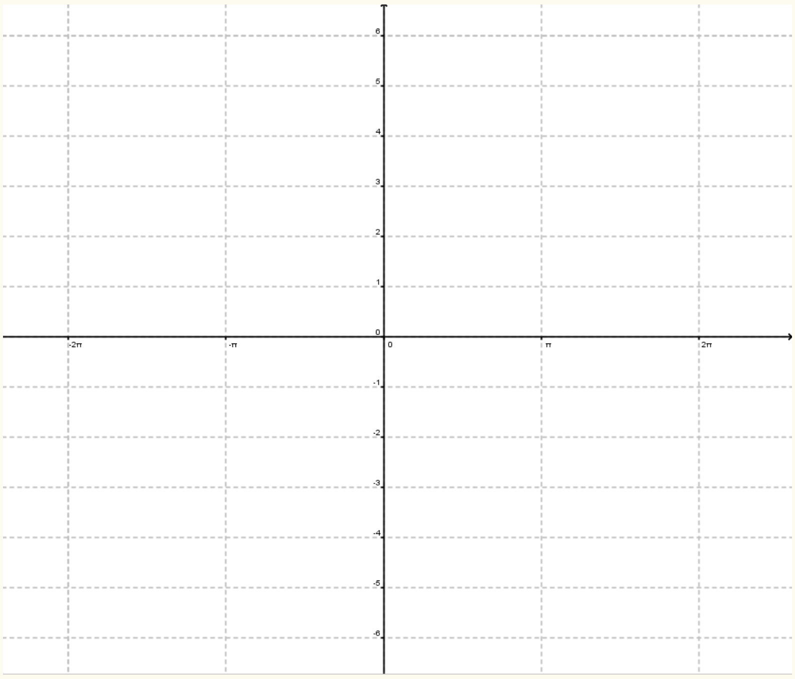
$$2\,x\,\mathrm{Cos}[x]+\left(-2+x^2\right)\mathrm{Sin}[x]$$

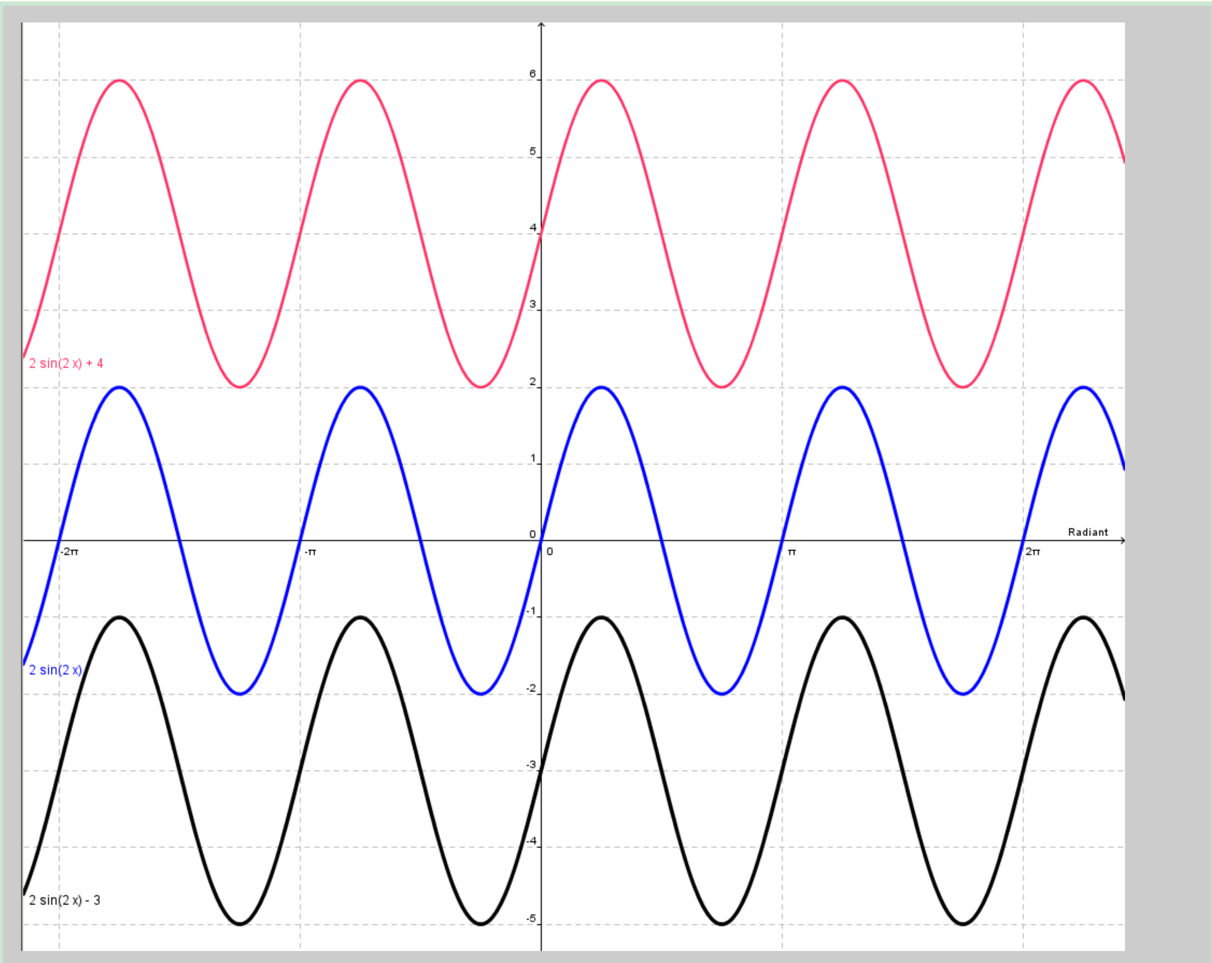
III)Löse folgendes Beispiel mit Hilfe der Substitutionsmethode. (12 Punkte)

- a) f(x) = $\int 4\cos(2\,x)\,dx$ (4 Punkte)

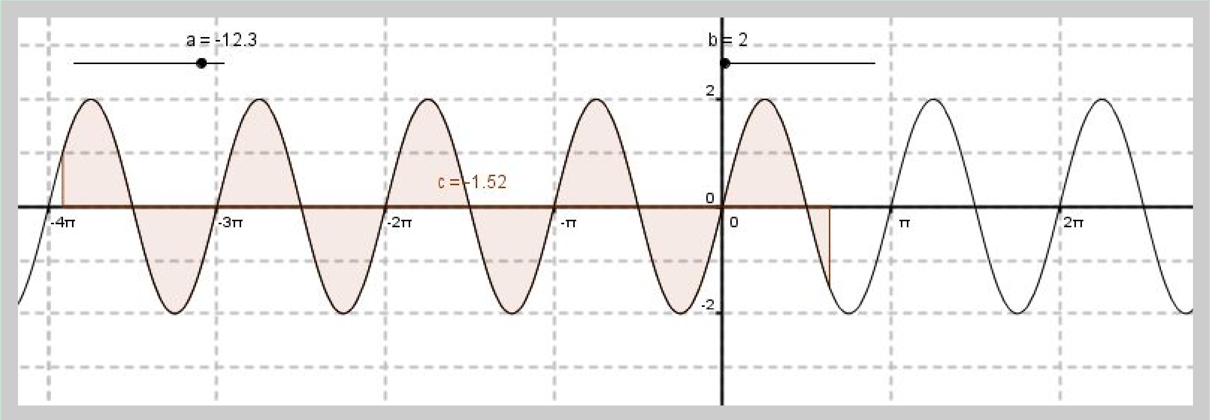
```
Integrate[4*Cos[2 x], x]
```

- **b)Erleutere an Hand einer Skizze die Bedeutung der Integrationskonstante. Nimm dazu 2-3 beliebige Werte für c an und zeichne für den jeweiligen Wert von c die Funktion f(x). Zeichne die verschiedenen Funktionen qualitativ in die nebenstehende Grafik ein (d.h.: zeichne freihand, Nullstellen und Extrema sollten aber trotzdem an der korrekten Stelle sein). (6 Punkte)**





Markiere zusätzlich jenen Bereich der durch $A = \int_x^2 \cos(2x)\,dx$ beschrieben wird (Integrationskonstante c=0, x beliebig). (2 Punkte)



IV) Zusatz: (3 Punkte)
Ein Mathematiker ist verzweifelt und kommt bei einem Integralbeispiel nicht voran. Hilf dem armen Analytiker und approximiere das Integral mit Hilfe von *Mathematica* numerisch. Keine Angst die Algorithmen sind schon im Standardbefehl implementiert, du brauchst nur den richtigen Befehl zu verwenden. Angabe: $\int \frac{\left(\text{Log}[x^x]^3 * \text{Sin}[0.01*x]^2\right)^2}{9*x^{\frac{23}{8}}}$ in den Grenzen 0.5 und 20.

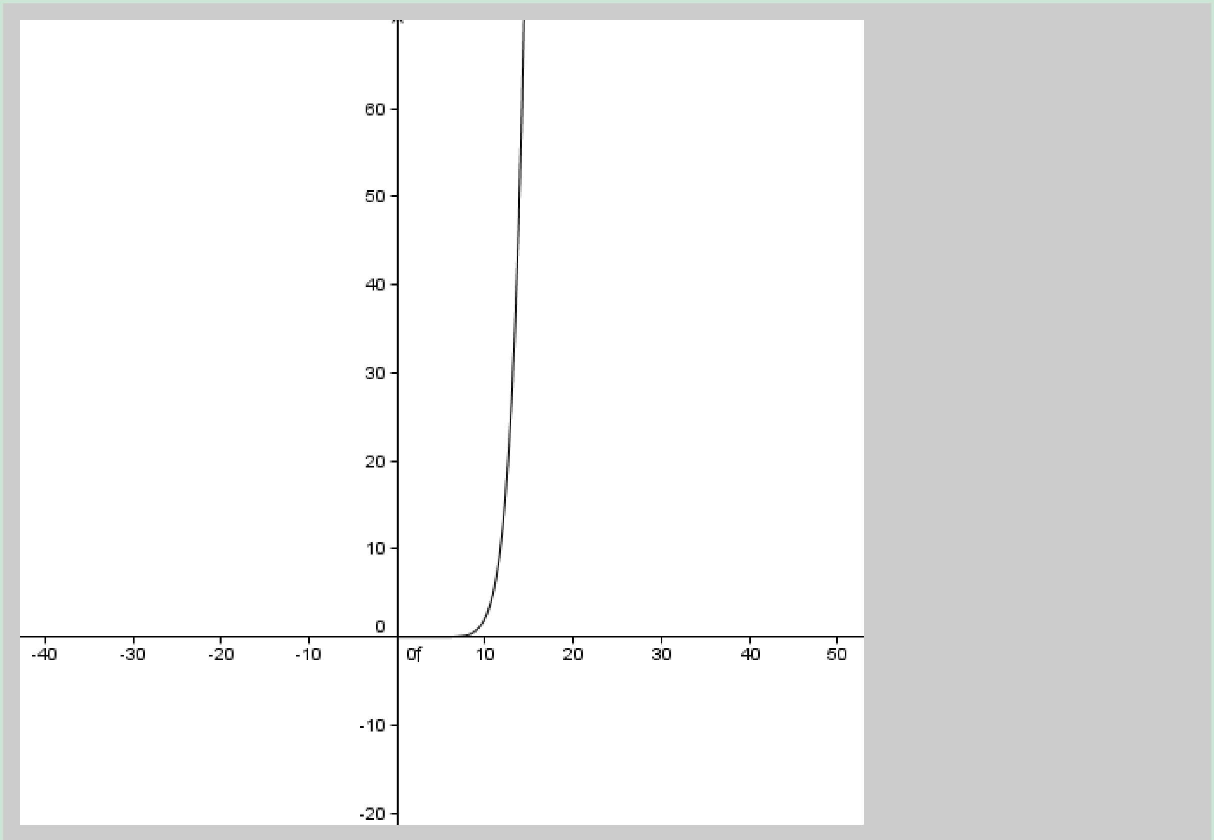
```
Clear[x]
```

$$\text{NIntegrate}\left[\frac{\left(\text{Log}[x^x]^3 * \text{Sin}[0.01*x]^2\right)^2}{9*x^{\frac{23}{8}}}, \{x, +0.5, 20\}\right]$$

```
2867.12
```

```
Clear[x];
```

$$(*f(x) = \frac{\left(\text{Log}[x^x]^3 * \text{Sin}[0.01*x]^2\right)^2}{9*x^{\frac{23}{8}}}*)$$


60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-40
-30
-20
-10
0f
10
20
30
40
50