

1. Schularbeit am 10.1.11

Integralrechnung

I) Löse die folgenden unbestimmten Integrale: (28 Punkte)

■ a) Berechne die unbestimmten Integrale (18 Punkte).

- 1) $\int x^2 dx$, 2) $\int u^3 du$, 3) $\int \sqrt{\frac{1}{x}} dx$, 4) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$, 5) $\int \sqrt[3]{x^9} dx$, 6) $\int \sqrt[4]{\frac{1}{\sqrt[3]{x^7}}} dx$, 7) $\int x^3 * \sqrt[3]{x^8} dx$, 8) $\int \left(\frac{x^3}{7} + \frac{4x^3}{21} + \frac{18x}{7} + 7 \right) dx$, 9) $\int (7*x^6 + 9*x^8 + 11*x^{10}) dx$, 10) $\int 4^x dx$
11) $\int 7 * e^{14*x} dx$

■ b) Berechne die Integrale und überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe einer Probe. Schreibe die Probe auch hin! (10 Punkte)

- 1) $\int \frac{8}{7} * e^{-13} dx$, 2) $\int (7*x^8 + \frac{16*x^4}{3} + 7*x^3 + 12*x) dx$

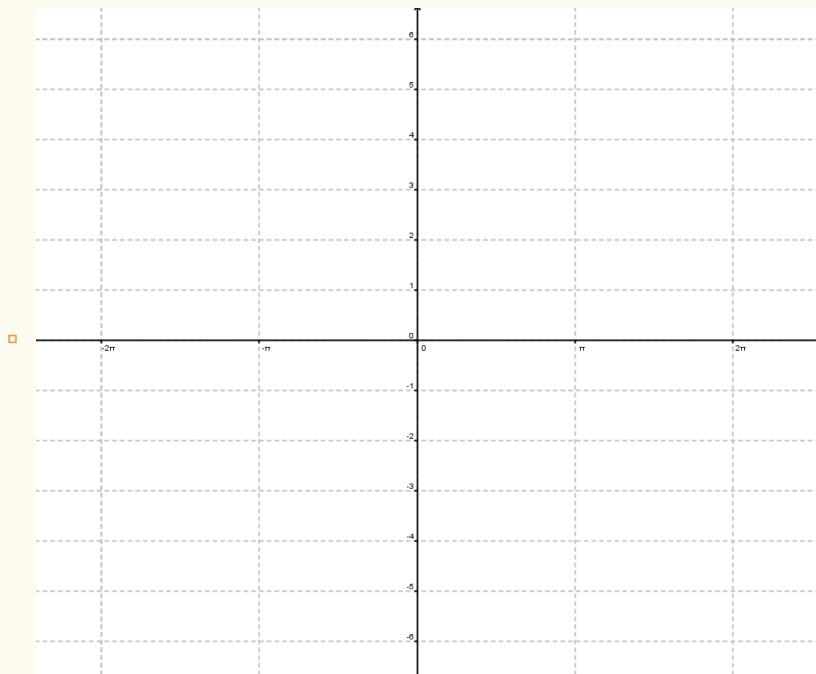
II) Löse die nachfolgenden Problem mit Hilfe der partiellen Integration. (8 Punkte)

- a) $\int (3*t + 1) e^{3*t} dt$
- b) $\int (x^2 * \cos[x]) dx$

III) Löse folgendes Beispiel mit Hilfe der Substitutionsmethode. (12 Punkte)

- a) $f(x) = \int 4 \cos(2x) dx$ (4 Punkte)

- b) Erleutere an Hand einer Skizze die Bedeutung der Integrationskonstante. Nimm dazu 2-3 beliebige Werte für c an und zeichne für den jeweiligen Wert von c die Funktion $f(x)$. Zeichne die verschiedenen Funktionen qualitativ in die nebenstehende Grafik ein (d.h.: zeichne freihand, Nullstellen und Extrema sollten aber trotzdem an der korrekten Stelle sein). (6 Punkte)



- Markiere zusätzlich jenen Bereich der durch $A = \int_x^2 \cos(2x) dx$ beschrieben wird (Integrationskonstante $c=0$, x beliebig). (2 Punkte)

IV) Zusatz: (3 Punkte)

Ein Mathematiker ist verzweifelt und kommt bei einem Integralbeispiel nicht voran. Hilf dem armen Analytiker und approximiere das Integral mit Hilfe von *Mathematica* numerisch. Keine Angst die Algorithmen sind schon im Standardbefehl implementiert, du brauchst nur den richtigen Befehl zu verwenden. Angabe: $\int \frac{(\log[x^*]^3 * \sin[0.01*x]^2)^2}{9*x^{23/8}}$ in den Grenzen 0.5 und 20.