

Abschlussarbeit zur Integralrechnung

1. Aufgabenstellung – Definitionen:

Erklären Sie folgende Begriffe:

a) Stammfunktion:

b) Riemannsche Summe:

c) Integrand:

d) Partielle Integration:

2. Aufgabenstellung – Stammfunktionen:

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Stammfunktionen!

a) $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3$

h) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 1x + 3$

b) $f(x) = 6x^2 - 4x + 2$

i) $f(m) = 2x^3 + 2m^2x^2$

c) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x + \sqrt{x} - 5$

j) $f(x) = x^{4n}$

d) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 4$

k) $f(x) = bx^n$

e) $f(x) = x^{-1}$

l) $f(x) = 2x^{-3}$

f) $f(x) = e^x$

m) $f(t) = 6a + 2t$

g) $f(x) = \cos(x) - 3x^2 - x$

n) $f(x) = \sin(x) - 2$

3. Aufgabenstellung – Integration:

Berechnen Sie die angegebenen bestimmten Integrale!

$$\int_{-1}^2 (x^3 + x^2 - 1)dx$$

$$\int_{-1}^4 (x^2 - 1)dx$$

$$\int_0^{\pi} (\sin(x) - \cos(x))dx$$

$$\int_{-1}^1 (e^{2x} - x^3 + 2)dx$$

$$\int_{-3}^{-2} (x^2 + 3x + 2)dx$$

$$\int_0^2 (4x - x^2 + \frac{1}{2}x + 2)dx$$

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - x^2 + 4\right)dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \left(\sin(x) - \frac{1}{\cos^2(x)}\right)dx$$

4. Aufgabenstellung – Gesamtflächeninhalt:

Berechnen Sie den Gesamtflächeninhalt A für die einzelnen Funktionen über dem Intervall [a,b]!

a) $f(x) = x^3 - 2$ $-1 \leq x \leq 3$

b) $f(x) = x^2 + 3x - 2$ $-2 \leq x \leq 1$

c) $f(x) = \cos(x)$ $-\pi \leq x \leq \pi$

d) $f(x) = x^2 - 1$ $-2 \leq x \leq 1$

5. Aufgabenstellung – Fläche zwischen zwei Graphen:

Berechnen Sie den Gesamtflächeninhalt A, der durch die beiden Graphen f und g eingeschlossen wird!

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= x^2 - 1 \\ g(x) &= x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) &= 0,1x^3 \\ g(x) &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= -(x + 1)^2 + 4 \\ g(x) &= x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } f(x) &= \sin(x) \\ g(x) &= \cos(x) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f(x) \\ g(x) \end{aligned}} \right\} 0 \leq x \leq \pi$$

6. Aufgabenstellung – Integrationstechniken:

Berechnen Sie die folgenden Aufgaben mithilfe der partiellen Integration!

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx \quad \int_0^4 x e^{-x} dx \quad \int_0^{\pi} x \cos(x) dx \quad \int_1^2 x \ln(x) dx$$

****Zusatz:** $\int_0^1 x^2 e^x dx$ *Hinweis: Mehrfache partielle Integration!*

Berechnen Sie die folgenden Aufgaben mithilfe der Substitutionsmethode!

$$\int_1^2 2x \ln(x^2) dx \quad \int_1^2 e^{4-2x} dx \quad \int_{-2}^2 \frac{10}{(x-4)^5} dx \quad \int_0^2 (x-1 - e^{-\frac{1}{2}x}) dx$$

7. Aufgabenstellung – GeoGebra:

Diese Aufgabenstellung ist mithilfe des Programmes „GeoGebra“ zu lösen. Die einzelnen Arbeitsaufträge finden Sie hier:

Öffnen Sie das Programm „GeoGebra“ und speichern Sie das neue File unter **Familiename.ggb!**

1. Visualisieren Sie die Funktionen f(x) und g(x)! $f(x) = -0.5x^2 + 2x$
 $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
 Berechnen Sie:

2. Nullstellen (N_1, N_2) von f(x)

3. Ober-, und Untersumme von f(x) im Intervall $[N_1, N_2]$ für $n=10$ und $n=50$
 (Verwenden Sie für die Berechnung den Schieberegler!)

Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Teilintervalle (n) und der Ober-, und Untersumme!

4. Integral von f(x) zwischen den Grenzen N_1 und 2

5. Integral von f(x) oberhalb der x-Achse

6. Schnittpunkte von f(x) und g(x)

7. Integral zwischen den Graphen f(x) und g(x)

****Zusatz:** 1. Ableitung von f(x) und g(x)