

# **LEHRER/INNEN/FORTBILDUNGSTAGUNG 2011**

VERANSTALTER

**DIDAKTIK-KOMMISSION**

DER

**ÖSTERREICHISCHEN MATHEMATISCHEN GESELLSCHAFT**

UND

**BUNDESMINISTERIUM FÜR UNTERRICHT, KUNST UND KULTUR**

**STADTSCHULRAT FÜR WIEN**

**PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE NIEDERÖSTERREICH**

**PRIVATE PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE BURGENLAND**

**PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE WIEN**

**29. April 2011**

LEITUNG:

**Univ.-Prof. Mag. Dr. H. HUMENBERGER**

Fakultät für Mathematik der Universität Wien  
1090 Wien, Nordbergstraße 15

# **EHRENSCHUTZ**

Die Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur  
**Dr. CLAUDIA SCHMIED**

Der Rektor der Universität Wien  
**o. Univ.-Prof. Dr. GEORG WINCKLER**

Der Dekan der Fakultät für Mathematik  
**Univ.-Prof. Dr. HARALD RINDLER**

Die amtsführende Präsidentin des Stadtschulrates für Wien  
**Mag. Dr. SUSANNE BRANDSTEIDL**

Der amtsführende Präsident des Landesschulrates für Niederösterreich  
**Hofrat HERMANN HELM**

Der amtsführende Präsident des Landesschulrates für Burgenland  
**Mag. Dr. GERHARD RESCH**

Der Vorsitzende der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft  
**Univ.-Prof. Dr. MICHAEL DRMOTA**

## **Leitung und Organisation**

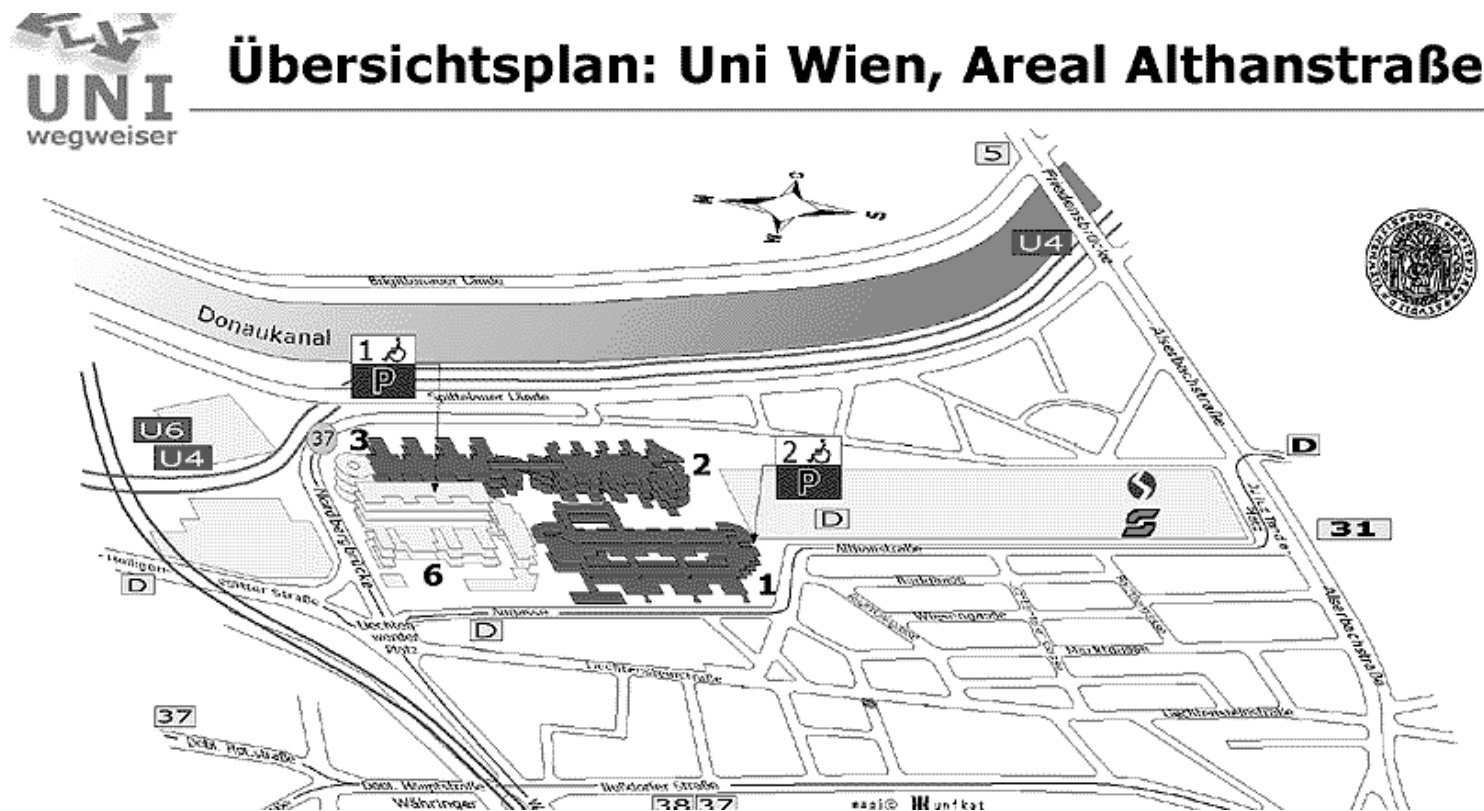
**Univ.-Prof. Mag. Dr. HANS HUMENBERGER**  
**LSI Mag. HELMUT ZEILER**  
**Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. STEFAN GÖTZ**  
**Prof. Mag. Dr. MARIA KOTH**

Die Fakultät für Mathematik der Universität Wien befindet sich im Universitätszentrum beim Franz Josefs Bahnhof.  
Postanschrift: 1090 Wien, Nordbergstraße 15.






Auch die Lehrer/innen/fortbildungstagung der ÖMG findet hier statt, und zwar im **UZA 2, 1090 Wien, Althanstraße 14**.  
(Das UZA 2 ist im Übersichtsplan mit **2** gekennzeichnet, der Eingang zum Tagungsbereich befindet sich unmittelbar neben dem 2er im Plan.)

Mit öffentlichen Verkehrsmitteln erreichen Sie uns

- mit der Straßenbahnlinie D, Haltestelle Althanstraße (dann über die Stiege neben dem Postamt Althanstraße zum UZA 2 hinaufgehen)
- oder mit den U-Bahnlinien U4, Haltestelle Friedensbrücke (von dort 5 Minuten Fußweg zum UZA 2) oder U6, Haltestelle Spittelau (von dort ca. 10 min Fußweg zum UZA 2)



# ÖMG – LEHRER/INNEN/FORTBILDUNGSTAG 29. April 2011

Zeit	HS 3 (UZA 2)	HS 2 (UZA 2)	HS 1 (UZA 2)	Aula (UZA 2)	2.07 (UZA 4)
8.30 – 9.00	E R Ö F F N U N G (H S 3 des UZA 2)				
9.00 – 9.30	Prämierung der Schüler/innen/preise der ÖMG (H S 3 des UZA 2)				
9.45 – 10.45	<b>Ao. Univ.-Prof. Dr. Reinhard Winkler:</b> Im Anfang war die Exponentialfunktion	<b>Mag. Dr. Petra Hauer-Typelt:</b> Stochastikunterricht im Licht der Zentralmatura	<b>Ao. Univ.-Prof. Dr. Günter Hanisch:</b> Warum ist die Mathematik so exakt?	<b>9.30 – 16.00</b> <b>Verlagspräsentationen:</b>         <b>westermann wien</b>  HÖLDER • PICHLER • TEMPSKY  	
11.15 – 12.15	<b>Univ.-Prof. Mag. Dr. Hans Humenberger:</b> Das PageRank-System von Google – eine aktuelle Anwendung im Mathematikunterricht	<b>Mag. Dr. Evelyn Stepancik:</b> Kooperativer Mathematikunterricht mit Web 2.0-Technologien	<b>Prof. Mag. Dr. Robert Geretschläger:</b> Suchen nach der schönsten Aufgabe – Wie entstehen mathematische Wettbewerbe?		<b>Gerhard Stolz:</b> Neues Betriebssystem für den TI-Nspire CAS
	M I T T A G S P A U S E				
13.45 – 14.45	<b>Ao. Univ.-Prof. Dr. Franz Pauer:</b> Interpolation, lineare Gleichungen und Regression	<b>Ao. Univ.-Prof. Dr. Bernd Thaller:</b> Goldene Verhältnisse	<b>Ao. Univ.-Prof. Dr. Manfred Borovcnik:</b> Simulationen im Stochastikunterricht – Neuere Beispiele mit EXCEL		
	P L E N A R V O R T R Ä G E (H S 3 des UZA 2) :				
15.00 – 15.50	<b>Univ.-Prof. Dr. Christian Schmeiser:</b> Biologische Prozesse als Motivation in der Mathematik				
15:55 – 16:45	<b>Prof. Mag. Martin Dengl, Mag. Dr. Bernhard Kröpfl, Univ.-Ass. Mag. Dr. Hans-Stefan Siller:</b> Standardisierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik – Ergebnisse, Analysen und aktuelle Entwicklungen aus dem Pilotprojekt				
ab 16.45	<b>B U F F E T</b> im Seminarraum C 2.09 des UZA 4				

**Teilnahmebestätigungen** können bis 13.45 Uhr in der Aula des UZA 2 beantragt und beim Buffet abgeholt werden.

# Vortragsübersicht

**Manfred Borovcnik**  
Universität Klagenfurt

## **Simulationen im Stochastikunterricht – neuere Beispiele mit EXCEL**

Der Stellenwert von Simulationen für die Stütze von Einsicht und den Aufbau von Verständnis schwieriger Konzepte im Stochastikunterricht ist unbestritten. Darüber hinaus kann man den Gedanken von Modellbildung im Unterricht ernsthafter einbinden, wenn man die komplexen Berechnungen durch Simulation ersetzt und die unterrichtlichen Bemühungen darauf fokussiert, welchen Voraussetzungen das eingesetzte Modell genügen muss und wie oder wie sehr – und warum – man in realen Situationen davon abweichen kann. Neben Simulationen sind animierte didaktische Sequenzen manchmal sehr hilfreich, um den Stellenwert von Einflussparametern einzuschätzen oder Invarianzen und damit wesentliche Eigenheiten von Begriffen zu erkennen. EXCEL bietet hier eine Fülle von Möglichkeiten, deren besonderer Vorteil auch in der dadurch ermöglichten Interaktivität liegt. Das soll – neben den Beispielen an sich – im Vortrag erlebbar werden.

**Robert Geretschläger**  
BRG Graz, Keplerstraße

## **Suchen nach der schönsten Aufgabe – Wie entstehen mathematische Wettbewerbe?**

Die meisten Teilnehmer und Teilnehmerinnen an mathematischen Wettbewerben machen sich wohl kaum darüber Gedanken, wie die Aufgaben für den jeweiligen Wettbewerb ausgesucht werden. Man erwartet einfach, dass die Aufgaben korrekt, fachlich packend, lösbar und möglichst originell sein sollen. Die Prozesse, die zur Aufgabenauswahl führen, sind aber komplex und interessant, mit vielen inhaltlichen und organisatorischen Aspekten, an die man normalerweise nur denkt, wenn man selbst daran beteiligt ist.

Anhand der Beispiele der Internationalen Mathematikolympiade und des Känguru der Mathematik möchte ich mit meinem Vortrag einen Einblick in die Hintergründe der Auswahlprozesse derartiger Wettbewerbe geben, und auf einige relevante Fragen dazu eingehen:

- Wie werden Aufgaben für die Wettbewerbe entwickelt und wer schlägt sie vor?
- Wie werden sie ausgewählt, welche scheiden aus?
- Wie weit wird der Zusammenhang zu Lehrplänen und zum Schulalltag berücksichtigt?
- Welche Rolle spielt fachliche und fachdidaktische Forschung bei der Aufgabenauswahl?

**Günter Hanisch**  
Universität Wien

## **Warum ist die Mathematik so exakt?**

Möchte man diese Frage aus mathematischer Sicht beantworten, so hängt die Antwort davon ab, auf welches der sechs Wörter die Betonung gelegt wird. Die Antwort auf das betonte “Warum” könnte auf die Sonderrolle der Mathematik unter den Wissenschaften eingehen, da diese ihre Erkenntnisse mit Hilfe streng logischer Beweise findet. Die Antwort auf das betonte “ist” könnte auf die historische Entwicklung der Mathematik hinweisen, die Antwort auf das betonte “die” die Frage stellen, ob es *die* Mathematik überhaupt gibt, da es sich um eine kumulative Wissenschaft handelt, über die es mehr als 2000 mathematische Fachzeitschriften gibt, und genau so kann man auch über die anderen Wörter des Satzes nachdenken.

Im Vortrag soll die Frage vor allem aus mathematisch-didaktischer Sicht beantwortet werden. Es soll darum gehen zu klären, wie viel Exaktheit im Unterricht angemessen ist bzw. Wie viel davon Schüler/inne/n zugemutet werden kann und soll. Warum bringen wir überhaupt Beweise? Die Historiker/innen tun dies im Allgemeinen nicht, und auch Ihnen wird geglaubt. Das bringt uns dann dazu darüber nachzudenken, warum überhaupt so viel Mathematik in der Schule gemacht wird, denn wer braucht schon  $(3a - 2b)^2$  wirklich? Beim Einkaufen braucht man es nicht und auch nicht zum Aufdrehen des Fernsehapparats. Nicht einmal zum Lesen der Kronen Zeitung oder was sonst so unsere Kultur ausmacht.

Um das Ganze anschaulicher zu machen, wird eine Unterrichtsfolge vorgestellt, an der mit den Schüler/inne/n erarbeitet wird, warum Mathematik so exakt sein muss und was folgen würde, wenn sie es nicht wäre.

**Petra Hauer-Typelt**  
BG Wien 3, Kundmannngasse  
und Universität Wien

## **Stochastikunterricht im Licht der Zentralmatura**

Basierend auf dem vorliegenden Konzept des Projekts „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik“ wird der Frage nachgegangen, welche Auswirkungen auf den Stochastikunterricht sich durch die Einführung der zentral gestellten schriftlichen Reifeprüfung mit dem Schuljahr 2013/14 abzeichnen.

Dabei geht es sowohl um Einflüsse in qualitativer als auch in quantitativer Hinsicht. Inwieweit kann (oder muss?) sich eine Schwerpunktverlagerung ergeben? Im Rahmen des Diskurses über eine Orientierung des Unterrichts an Grundkompetenzen werden exemplarisch kompetenzorientierte Aufgabenstellungen vor allem aus den Inhaltsbereichen der 6. Klasse besprochen.

**Hans Humenberger**  
Universität Wien

## **Das PageRank-System von Google – eine aktuelle Anwendung im Mathematikunterricht**

Wie kommt eigentlich Google zu einer *Reihung* der zu einem Begriff gefundenen Internetseiten, so dass wichtige, relevante Seiten relativ weit vorne in dieser Liste zu finden sind? Jeder von uns und auch Schüler/innen benützen fast täglich Google, so dass dies sicher eine sehr realitätsbezogene Fragestellung ist. Es zeigt sich, dass die dahinter steckende grundlegende Idee relativ einfach ist (Grenzverteilung bei einer Markoff-Kette).

Der Vortrag soll aufzeigen, dass und wie dieses Thema im Schulunterricht – insbesondere in einem Wahlpflichtfach – behandelt werden könnte. „Zufällige Prozesse – Markoff-Ketten“ (in elementarer Form) gehören in manchen deutschen Bundesländern zum möglichen Lehrstoff in der Oberstufe, denn es ist ein Gebiet, in dem der Vernetzungsgedanke sehr gut verwirklicht werden kann (Stochastik, Lineare Algebra, Analysis).

**Franz Pauer**  
Universität Innsbruck

## **Interpolation, lineare Gleichungen (mit und ohne Lösungen) und Regression**

Bei einer *Interpolationsaufgabe* sind ein Typ von Funktionen (zum Beispiel: lineare Funktionen, Polynomfunktionen vom Grad  $< n$ , ...) und einige Paare  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  vorgegeben. Gesucht ist eine Funktion  $f$  des gegebenen Typs mit  $f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n$ . Diese Aufgabe kann durch ein System linearer Gleichungen beschrieben werden.

Aber nicht jedes System linearer Gleichungen hat eine Lösung. Was tun wir, wenn es keine Lösung gibt, wir aber doch gerne eine hätten? Wir ersetzen dieses System durch eines, das eine Lösung hat und dem ersten System „möglichst nahe“ ist.

So geht man auch von der Interpolation zur *Regression* über: Die Daten sind gleich wie bei einer Interpolationsaufgabe. Bei der Regression sucht man aber eine Funktion  $g$  des gegebenen Typs so, dass der Abstand zwischen  $(g(x_1), \dots, g(x_n))$  und  $(y_1, \dots, y_n)$  möglichst klein ist.

Im Vortrag werden diese Zusammenhänge zwischen Interpolation, linearen Gleichungen und Regression erläutert.

**Evelyn Stepancik**  
Universität Wien und  
PH Niederösterreich

## **Kooperativer Mathematikunterricht mit Web2.0-Technologien**

Den Web2.0 Technologien wird seit geraumer Zeit steigende wissenschaftliche Aufmerksamkeit gewidmet. Es scheint, dass sich diese Technologien besonders eignen, kooperativen und kollaborativen Unterricht zu unterstützen. In diesem Vortrag wird exemplarisch aufgezeigt,

1. welche Bedeutung kooperativen und kollaborativen Arbeits- bzw. Lernprozessen im Mathematikunterricht zukommt und
2. wie sie mithilfe eines Wiki-Systems umgesetzt werden können.

**Bernd Thaller**  
Universität Graz

## **Goldene Verhältnisse**

Der Goldene Schnitt und die Fibonacci-Zahlen gehören unter jenen Themen, die bereits auf dem Niveau der elementaren Mathematik vermittelbar sind, zu den faszinierendsten. Im Schulunterricht werden sie aus Zeitgründen aber meist weitgehend ausgespart, obwohl es auch zahlreiche und vielversprechende Anknüpfungspunkte zu anderen Schulfächern gibt. In diesem Vortrag sollen einige weniger bekannte, oder oft missinterpretierte historische Beobachtungen aufgegriffen werden.

Einige Beispiele: Fibonacci Zahlen und ihr Zusammenhang mit dem Pascalschen Dreieck waren möglicherweise schon vor 2500 Jahren in der alt-indischen Literaturwissenschaft bekannt und wurden auch zur Lösung konkreter kombinatorischer Probleme herangezogen. Eher dem abendländischen Wunschdenken zuzuschreiben ist hingegen das Auftauchen des Goldenen Schnitts (oder, in diesem Fall beinahe gleichbedeutend, das Auftauchen der Kreiszahl  $\pi$ ) in den Abmessungen der Cheopspyramide. Das Pentagramm und seine Beziehung zum goldenen Schnitt spielt wiederum eine wichtige Rolle in der griechischen Geometrie und möglicherweise bei der Entdeckung der Irrationalität. Es taucht in der neuzeitlichen Astronomie in den Konjunktionen von Venus und Erde wieder auf. War es möglich, dass bereits babylonische Priester-Astronomen vor mehr als 3500 Jahren dieses Venuspentagramm gekannt haben, obwohl sie über keine zutreffende Vorstellung des Sonnensystems verfügten?

Wegen ihrer vielfältigen Verflechtungen, fächerübergreifenden Bedeutung und innewohnenden mathematischen Schönheit sind diese Inhalte durchaus geeignet, aufgeschlossene Schülerinnen und Schüler für die Mathematik zu faszinieren und ihnen den Spaß am Denken zu vermitteln, den zu erwecken eine der vornehmsten Aufgaben des Mathematikunterrichts sein sollte.



**Reinhard Winkler**  
TU Wien

## **Im Anfang war die Exponentialfunktion**

Der "Prolog" zu Walter Rudins berühmtem (und großartigem) Lehrbuch "Real and Complex Analysis" ist ausschließlich der Exponentialfunktion  $\exp$  (zur Basis  $e$ ) gewidmet und beginnt mit dem Satz: "This is the most important function in mathematics." Es folgen die Definition von  $\exp$  und - sehr schnell - die grundlegenden Eigenschaften (Funktionalgleichung, Ableitung u.ä.). Sodann werden mittels  $\exp$  die trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus definiert sowie ihre elementaren Eigenschaften hergeleitet.

Dieser elegante Zugang erfolgt allerdings über die Potenzreihendarstellung von  $\exp$  und verwendet manches über Potenzreihen. Das ist im Schulunterricht natürlich nicht möglich. Im Unterricht wird man daher einen elementarerer Zugang wählen.

Zunächst geht es um die Definition allgemeiner Potenzen mit einer beliebigen Basis  $a > 0$ . Dabei verallgemeinert man schrittweise die erlaubten Exponenten, von natürlichen über ganze und rationale bis hin zu reellen. (Komplexe Exponenten wollen wir zunächst nicht betrachten.)

In meinem Vortrag will ich diesen Weg ausführlich beschreiben. Obwohl relativ elementar, genügt dieser Zugang hinsichtlich mathematischer Strenge selbst den höchsten Ansprüchen und liefert, teils als Nebenprodukt, auch alle grundlegenden Eigenschaften von  $\exp$ . Dabei zeigt sich, dass die Rolle der Zahl  $e$  erst über die Differentialrechnung angemessen gewürdigt werden kann. (Daher hat es meiner Meinung nach auch wenig Sinn, die Zahl  $e$  schon früher einzuführen.)

Hat man die Funktion  $\exp$  einmal zur Verfügung, steht man - ganz im Sinne des Vortragstitels - unmittelbar vor dem Durchbruch; sowohl zu allen wichtigen elementaren Funktionen, als auch beispielhaft zu wesentlichen Aspekten der Analysis schlechthin.

## **Plenarvorträge**

**Christian Schmeiser**  
Universität Wien

### **Biologische Prozesse als Motivation in der Mathematik**

Auch einfache mathematisch formulierte dynamische Systeme lassen oft eine Interpretation als Modell für biologische Vorgänge zu. Im ersten Teil des Vortrages werden mit Methoden der Schulmathematik analysierbare Beispiele präsentiert. Der zweite Teil wird sich mit der aktuellen Forschungsarbeit des Vortragenden im Gebiet der Mathematischen Zellbiologie beschäftigen.

**Martin Dangl, Bernhard Kröpfl, Hans-Stefan Siller**  
IDM, Universität Klagenfurt

## **Standardisierte schriftliche Reifeprüfung - Ergebnisse, Analysen und aktuelle Entwicklungen aus dem Pilotprojekt**

Mit dem Reifeprüfungstermin des Schuljahres 2013/14 wird an österreichischen AHS die neue Reifeprüfungsverordnung umgesetzt, in der erstmals die schriftliche Klausur aus Mathematik zentral erstellt wird. Das Österreichische Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik an der Universität Klagenfurt pilotiert in einem, vom bm:ukk initiierten und finanzierten, Projekt erstmalig eine solche zentrale schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik im Rahmen eines Schulversuchs im Schuljahr 2011/12.

Im Vortrag werden (erste) Analysen und Ergebnisse des Projekts nach den ersten beiden Pilottestungen diskutiert und einige Möglichkeiten zur Förderung und Entwicklung von Grundkompetenzen im Unterricht vorgestellt.

## **Vortragsangebot von Texas Instruments**

**Gerhard Stolz**  
Texas Instruments

### **Neues Betriebssystem für den TI-Nspire CAS**

Das neue Betriebssystem für den TI-Nspire CAS beinhaltet eine Fülle an Werkzeugen und didaktischen Möglichkeiten. Sie werden im Rahmen dieses Workshops diese Möglichkeiten kennenlernen und Tipps und Tricks erhalten, wie sie diese neuen Werkzeuge in ihrem täglichen Unterricht einsetzen können.

Dieser Fortbildungstag wird von der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft gemeinsam mit den Pädagogischen Hochschulen in Wien, Niederösterreich und Burgenland veranstaltet. Bitte inskribieren Sie nach Möglichkeit die entsprechende Veranstaltung an Ihrer zuständigen PH:

	Veranstaltungsnummer
PH Wien:	6011DOB002
PH Niederösterreich:	351F1SGH18
Private PH Burgenland:	K10S11JR00